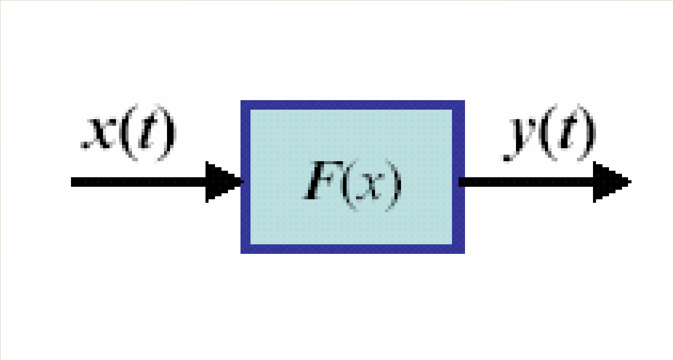
Κεφάλαιο 2

Βασικές έννοιες της Σχεδίασης RF Κυκλωμάτων

Μη γραμμικότητα και χρονική μεταβλητότητα



Γραμμικό σύστημα

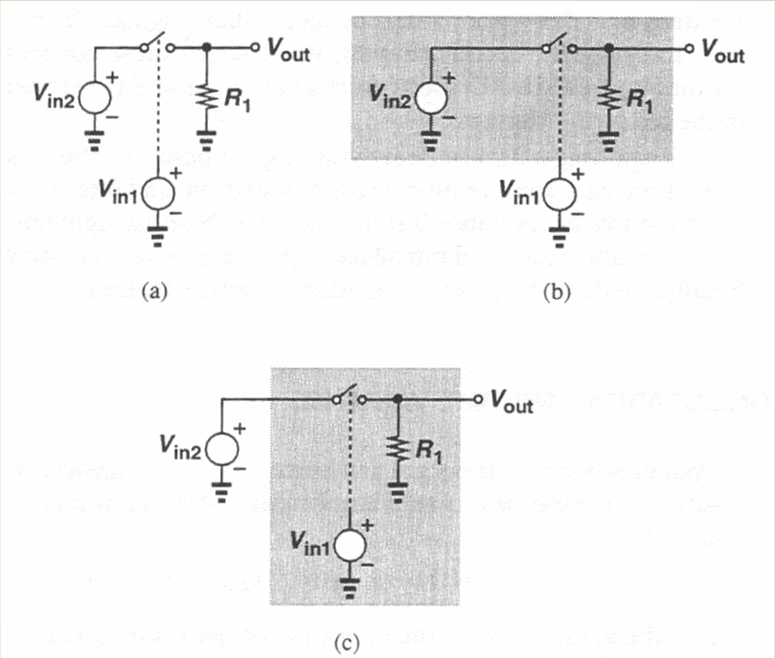
$$x_1(t) \to y_1(t), \quad x_2(t) \to y_2(t),$$

$$a x_1(t) + b x_2(t) \to a y_1(t) + b y_2(t) \quad \Big| \forall a, b$$

Χρονικά αναλλοίωτο σύστημα

$$x(t) \to y(t)$$

$$x(t-\tau) \to y(t-\tau) \quad \Big| \forall \tau$$



(α) Απλό κύκλωμα μεταγωγής,

(β) μη γραμμικό χρονικά μεταβαλλόμενο σύστημα,

(γ) γραμμικό χρονικά μεταβαλλόμενο σύστημα.

Ένα γραμμικό σύστημα μπορεί να δώσει συχνότητες που δεν υπάρχουν στο σήμα εισόδου αν είναι χρονικά μεταβλητό.

$$V_{out}(f) = V_{in2}(f) * \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi} \delta(f - \frac{n}{T_1}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(n\pi/2)}{n\pi} V_{in2}(f - \frac{n}{T_1}),$$

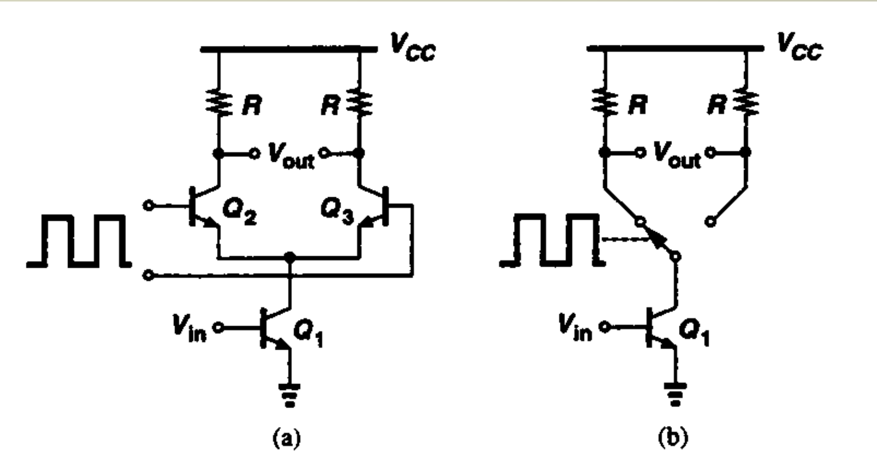
Χωρίς μνήμη είναι ένα σύστημα αν η έξοδός του δεν εξαρτάται από τις προηγούμενες τιμές της εισόδου του.

Γραμμικό και χωρίς μνήμη είναι ένα σύστημα αν: $y(t) = ax(t)$

αν το **a** είναι συνάρτηση του χρόνου το σύστημα δεν είναι **χρονικά αναλλοίωτο.**

Μη γραμμικό και χωρίς μνήμη: $y(t) = a_0 + a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t) + \ldots$

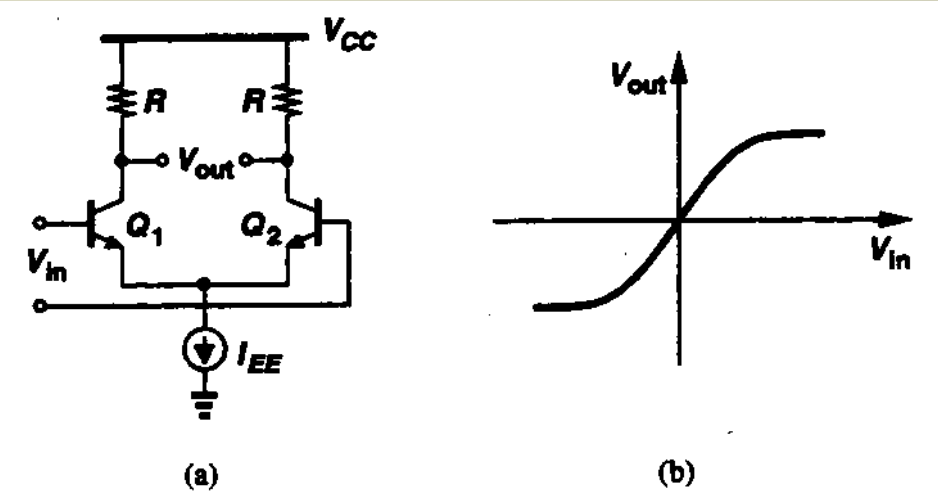
όπου τα $\mathbf{a_j}$ είναι εν γένει συναρτήσεις του χρόνου.



$$\upsilon_{out}(t) = (I_{S1} \exp\frac{\upsilon_{in}}{V_T}) s(t) \cdot R$$

Περιττή συμμετρία εμφανίζει ένα σύστημα αν η απόκριση του στο –x(t) είναι αντίθετη από αυτή στο x(t). Ένα σύστημα με περιττή συμμετρία λέγεται **διαφορικό** ή **ισοσταθμισμένο.**

Παράδειγμα:



$$\upsilon_{out} = RI_{EE} \tanh \frac{\upsilon_{in}}{2V_T}$$

Δυναμικό ονομάζεται ένα σύστημα αν η έξοδος του εξαρτάται από τις προηγούμενες τιμές των εισόδων του ή των εξόδων του.

Για ένα **γραμμικό, χρονικά αναλλοίωτο, δυναμικό σύστημα,** ισχύει:

$$y(t) = h(t) * x(t)$$

όπου h(t) η κρουστική του την απόκριση

Για ένα **δυναμικό** σύστημα, **γραμμικό** αλλά **όχι χρονικά αναλλοίωτο,** ισχύει:

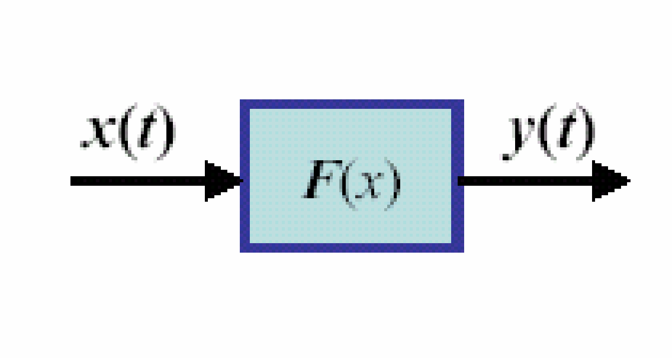
αν $\delta(t) \rightarrow h(t) \Rightarrow \delta(t-\tau) \rightarrow h(t,\tau) \Rightarrow y(t) = h(t,\tau) * x(t).$

Αν το σύστημα είναι **δυναμικό** και **μη γραμμικό** τότε η κρουστική του απόκριση μπορεί να προσεγγιστεί από μία σειρά Voltera.

Συνέπειες της μη γραμμικότητας

Θεωρούμε μη γραμμικό, χρονικά μεταβαλλόμενο και χωρίς μνήμη σύστημα.

$$y(t) \approx a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t)$$



•**Αρμονική παραμόρφωση**

$$x(t) = A\cos\omega t \Rightarrow \quad y(t) = a_1 A\cos\omega t + a_2 A^2\cos^2\omega t + a_3 A^3\cos^3\omega t$$

$$= a_1 A\cos\omega t + \frac{a_2 A^2}{2}(1+\cos 2\omega t) + \frac{a_3 A^3}{4}(3\cos\omega t + \cos 3\omega t)$$

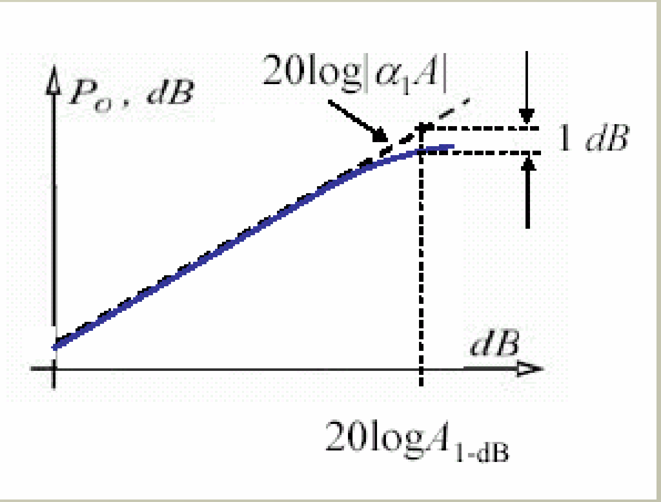
$$= \frac{a_2 A^2}{2} + (a_1 A + \frac{3a_3 A^3}{4})\cos\omega t + \frac{a_2 A^2}{2}\cos 2\omega t + \frac{a_3 A^3}{4}\cos 3\omega t.$$

Παρατηρήσεις: α) Οι άρτιες αρμονικές προέρχονται από a_j με j άρτιο.
Μπορούν να εξαλειφθούν αν το σύστημα έχει περιττή συμμετρία.
β) Το πλάτος της n-οστής συνιστώσας είναι ανάλογο του A^n για μικρά A.

•Συμπίεση της απολαβής

Γραμμική προσέγγιση: η απολαβή=a_1. Π.χ. $\frac{\upsilon_{out}}{\upsilon_{in}} = \frac{I_{EE}R}{2V_T}$

Αν $a_3 < 0 \Rightarrow a_1 + 3a_3A^2/4$ φθίνει



Σημείο συμπίεσης 1-dB.

$$20\log\left|a_1 + \frac{3}{4}a_3A_{1-dB}^2\right| = 20\log|a_1| - 1\,dB$$

$$A_{1-dB} = \sqrt{0.145\left|\frac{a_1}{a_3}\right|}$$

Τυπικές τιμές -20 ως -25dBm

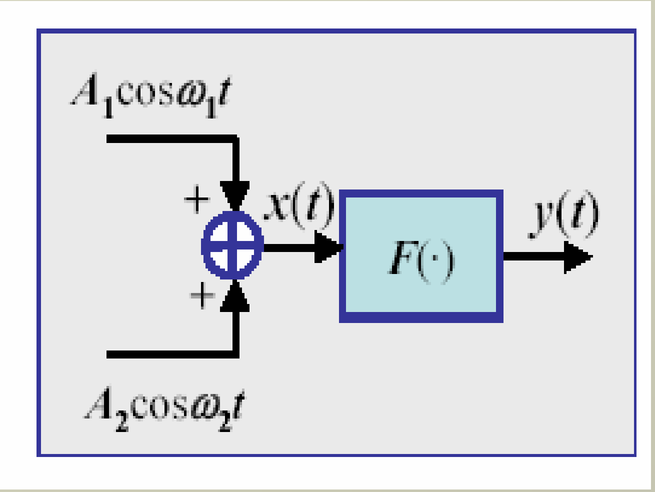
•Απευαισθητοποίηση και Παρεμπόδιση

$$x(t) = A_1 \cos\omega_1 t + A_2 \cos\omega_2 t$$

$$y(t) = \left(a_1 A_1 + \frac{3}{4} a_3 A_1^3 + \frac{3}{2} a_3 A_1 A_2^2 \right) \cos \ \omega_1 t + \cdots$$

$$\text{Αν}, A_1 << A_2 \Rightarrow \ y(t) = \left(a_1 + \frac{3}{2} a_3 A_2^2 \right) A_1 \cos\omega_1 t + \cdots$$

Αν a_3<0, για A_2>>, είναι δυνατόν $\left(a_1 + \frac{3}{2} a_3 A_2^2 \right) = 0$

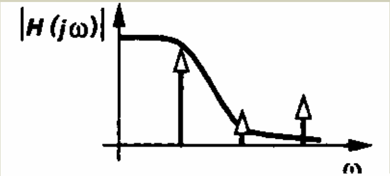


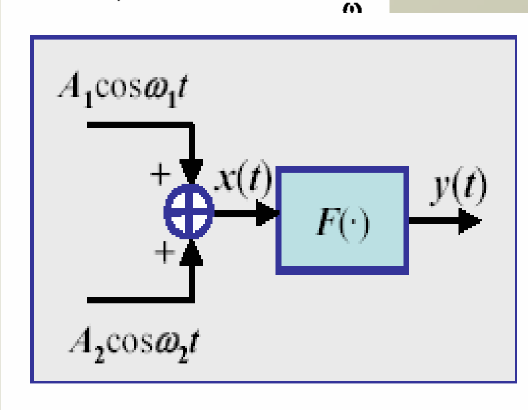
•Αλληλοδιαμόρφωση (Cross Modulation)

$A_2(1 + m\cos\omega_m t)\cos\omega_2 t$ Παρεμβολέας με διαμόρφωση πλάτους (ή θόρυβο)

$$y(t) = \left[a_1 A_1 + \frac{3}{2} a_3 A_1 A_2^2 \left(1 + \frac{m^2}{2} + \frac{m^2}{2} \cos 2\omega_m t + 2m\cos\omega_m t \right) \right] \cos\omega_1 t + \cdots$$

•Ενδοδιαμόρφωση (Intermodulation)





Όταν δύο σήματα με διαφορετικές συχνότητες εφαρμόζονται σε ένα μη γραμμικό σύστημα, η έξοδος γενικά παρουσιάζει κάποιες συνιστώσες οι οποίες δεν είναι αρμονικές των συχνοτήτων εισόδου.

$$x(t) = A_1 \cos\omega_1 t + A_2 \cos\omega_2 t$$

$$y(t) \approx a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t)$$

$$y(t) = a_1(A_1 \cos\omega_1 t + A_2 \cos\omega_2 t) + a_2(A_1 \cos\omega_1 t + A_2 \cos\omega_2 t)^2 + a_3(A_1 \cos\omega_1 t + A_2 \cos\omega_2 t)^3$$

Παραλείποντας την DC συνιστώσα και τις αρμονικές παίρνουμε τα παρακάτω προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης:

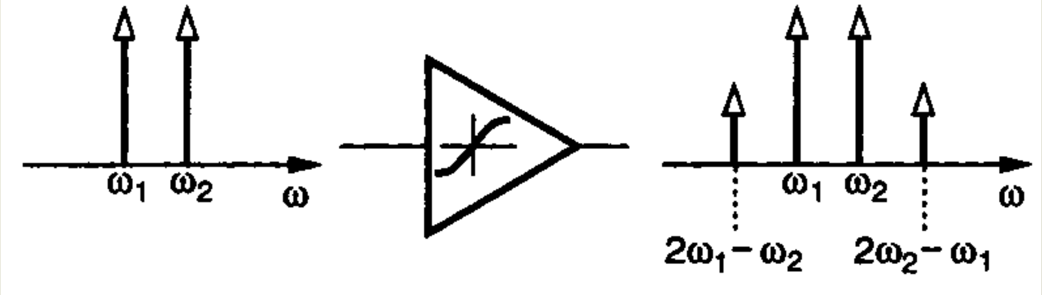
$$\omega = \omega_1 \pm \omega_2 : a_2 A_1 A_2 \cos(\omega_1 + \omega_2)t + a_2 A_1 A_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t$$

$$= 2\omega_1 \pm \omega_2 : \frac{3a_3 A_1^{\,2} A_2}{4}\cos(2\omega_1 + \omega_2)t + \frac{3a_3 A_2^{\,2} A_1}{4}\cos(2\omega_1 - \omega_2)t$$

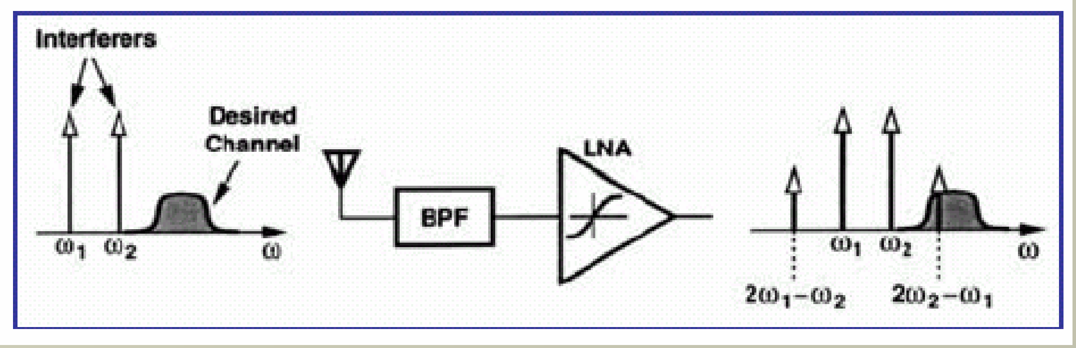
$$= 2\omega_2 \pm \omega_1 : \frac{3a_3 A_2^{\,2} A_1}{4}\cos(2\omega_2 + \omega_1)t + \frac{3a_3 A_2^{\,2} A_1}{4}\cos(2\omega_2 - \omega_1)t$$

$$= \omega_1, \omega_2 : \left(a_1 A_1 + \frac{3}{4} a_3 A_1^{\,3} + \frac{3}{2} a_3 A_1 A_2^{\,2}\right)\cos\omega_1 t + \left(a_1 A_2 + \frac{3}{4} a_3 A_2^{\,3} + \frac{3}{2} a_3 A_2 A_1^{\,2}\right)\cos\omega_2 t$$

Προϊόντα ενδοδιαμόρφωσης (IM) τρίτης τάξεως. Σημαντικά αν $\omega_1 \cong \omega_2$.



Η παραμόρφωση λόγω IM ορίζεται σε έναν τυπικό έλεγχο δύο τόνων, με $A_1=A_2=A$, σαν ο λόγος του πλάτους των προϊόντων ενδοδιαμόρφωσης τρίτης τάξης της εξόδου, $3a_3A^3/4$, προς το a_1A (σε dBc).

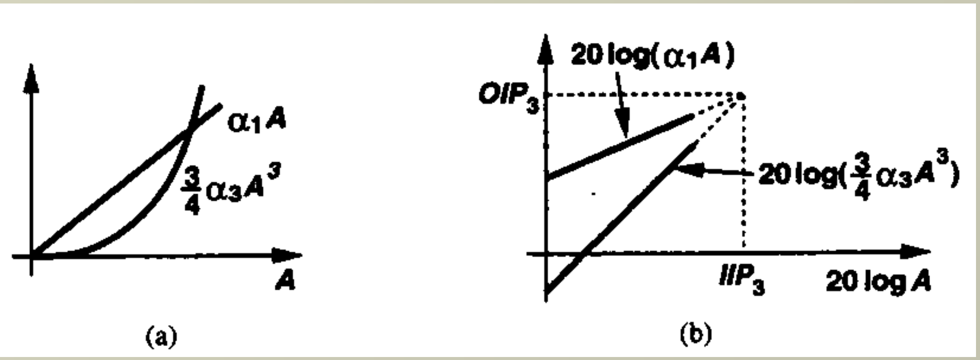


«Σημείο τομής τρίτης τάξης» (IP_3), μετριέται από ένα τεστ δύο τόνων με το A μικρό έτσι ώστε οι μη γραμμικοί όροι μεγαλύτερης τάξης να είναι αμελητέοι και η απολαβή να είναι σχεδόν σταθερή και ίση με το a_1.

Οι θεμελιώδεις συνιστώσες αυξάνονται με το A, ενώ τα προϊόντα IM τρίτης τάξης με το A^3.

Το σημείο τομής των δύο γραμμών ονομάζεται σημείο τομής τρίτης τάξης IP_3.

Η οριζόντια συντεταγμένη αυτού του σημείου ονομάζεται Ι P_3 εισόδου (**IIP_3**), και η κατακόρυφη συντεταγμένη ονομάζεται IP_3 εξόδου(**OIP_3**).



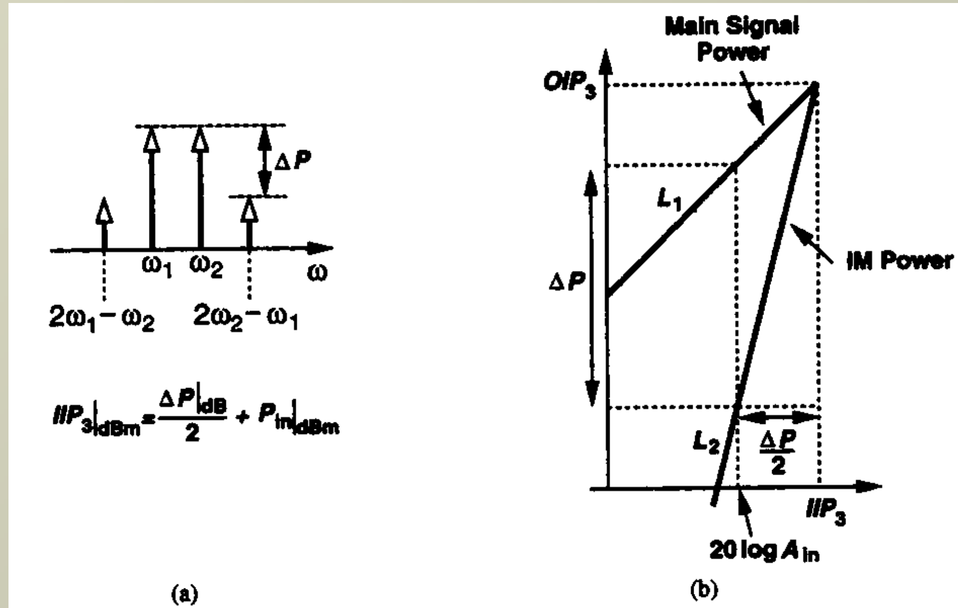
Υπολογισμός του IP_3 (χαρακτηριστικό του κτκλώματος).

$$x(t) = A\cos\omega_1 t + A\cos\omega_2 t$$

$$y(t) = \left(a_1 + \frac{9}{4}a_3A^2\right)A\cos\omega_1 t + \left(a_1 + \frac{9}{4}a_3A^2\right)A\cos\omega_2 t + \frac{3}{4}a_3A^3\cos(2\omega_1-\omega_2)t + \frac{3}{4}a_3A^3\cos(2\omega_2-\omega_1)t + \cdots$$

Αν $a_1 >> 9a_3\,A^2/4 \Rightarrow \quad |a_1|A_{IP3} = \frac{3}{4}|a_3|A_{IP3}^3$

$$A_{IP3} = \sqrt{\frac{4}{3}\left|\frac{a_1}{a_3}\right|} \quad (IIP_3) \quad \text{και} \quad a_1A_{IP_33}(OIP_3)$$



Μέτρηση του IP_3

α) Με extrapolation

β) $\dfrac{A_{\omega1\omega2}}{A_{IM3}} \approx \dfrac{|a_1|A_{in}}{3|a_3|A^3_{in}/4} = \dfrac{4|a_1|}{3|a_3|}\dfrac{1}{A^2_{in}}$

$$\frac{A_{\omega1,\omega2}}{A_{IM3}} = \frac{A^2_{IP3}}{A^2_{in}}$$

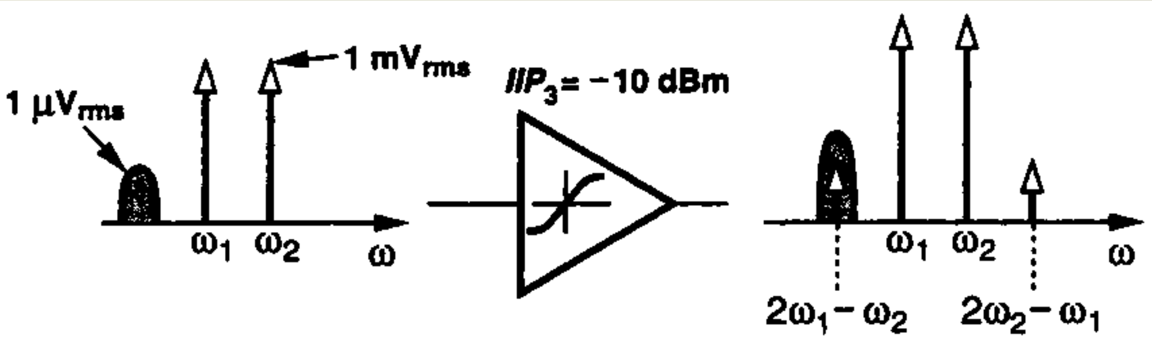
$$20\log A_{\omega1,\omega2} - 20\log A_{IM3} = 20\log A^2_{IP3} - 20\log A^2_{in}$$

$$20\log A_{IP3} = \frac{1}{2}\left(20\log A_{\omega1,\omega2} - 20\log A_{IM3}\right) + 20\log A_{in}$$

Απαιτήσεις σε γραμμικότητα

$$\frac{A_{sig,out}}{A_{sig,in}} \approx \frac{A_{int,out}}{A_{int,in}}$$

$$\frac{A_{sig,out}}{A_{IM3,out}} \approx \frac{A_{sig,in} A^{2}_{IP3}}{A^{3}_{in} t, in}$$



αν $A_{sig,in}$=1 μV_{rms}, $A_{I\ P3}$=70 m$V_{rms,}$ και $A_{int,in}$=1 mV_{rms}.=> ο λόγος είναι ίσος με το 4.9 ≈13.8 dB.

$$\frac{A_{1-db}}{A_{IP3}} = \frac{\sqrt{0,145}}{\sqrt{4/3}} \cdot \approx -9,6\,\text{dB}.$$

Μη γραμμικές βαθμίδες σε σειρά

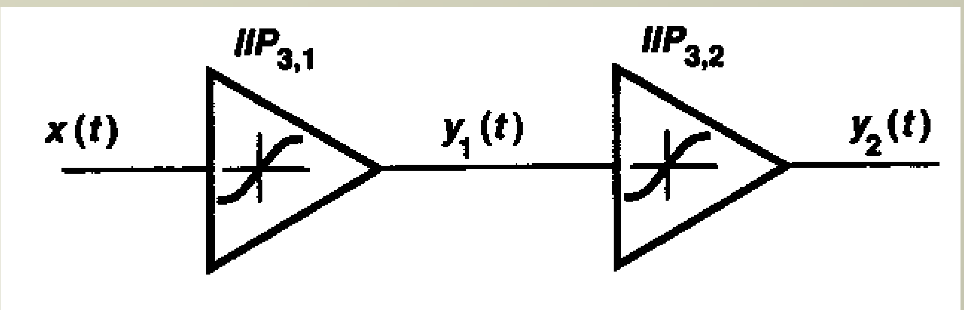
$$y_1(t) = a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t)$$

$$y_2(t) = \beta_1 y_1(t) + \beta_2 y^2{}_1(t) + \beta_3 y^3{}_1(t)$$

$$y_2(t) = \beta_1\left[a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t)\right] + \beta_2\left[a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t)\right]^2 + \beta_3\left[a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t)\right]^3$$

Λαμβάνοντας μόνο τους όρους πρώτης και τρίτης τάξης, έχουμε:

$$y_2(t) = a_1\beta_1 x(t) + \left(a_3\beta_1 + 2a_1a_2\beta_2 + a_1^3\beta_3\right)x^3(t) + \ldots \Rightarrow \qquad A_{IP3} = \sqrt{\frac{4}{3}\left|\frac{a_1\beta_1}{a_3\beta_1 + 2a_1a_2\beta_2 + a_1^3\beta_3}\right|}.$$



$$\frac{1}{A^2_{IP3}} = \frac{3}{4}\frac{|a_3\beta_1| + |2a_1a_2\beta_2|. + |a_1^3\beta_3|}{|a_1\beta_1|} = \frac{1}{A^2_{IP3,1}} + \frac{3a_2\beta_2}{\beta_1} + \frac{a_1^2}{A^2_{IP3,2}}$$

$$x(t) = A\cos\omega_1 t + A\cos\omega_2 t$$

$$y_2(t) = a_1\beta_1 A\left(\cos\omega_1 t + \cos\omega_2 t\right) + \left(\frac{3a_3\beta_1}{4} + \frac{3a^3{}_1\beta_3}{4} + \frac{3a_1a_2\beta_2}{4}\right)A^3\left[\cos\left(2\omega_1 - \omega_2\right)t + \cos\left(2\omega_2 - \omega_1\right)t\right] + \ldots$$

$$\frac{1}{A^2{}_{IP3}} \approx \frac{1}{A^2{}_{IP3,1}} + \frac{a_1^2}{A^2{}_{IP3,2}}$$

$$\frac{1}{A^2{}_{IP3}} \approx \frac{1}{A^2{}_{IP3,1}} + \frac{a_1^2}{A^2{}_{IP3,2}} + \frac{a_1^2\beta_1^2}{A^2{}_{IP3,3}} + \ldots$$