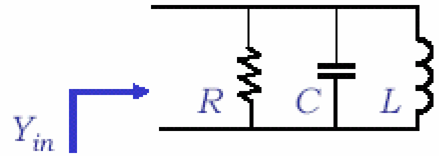
Κεφάλαιο 4

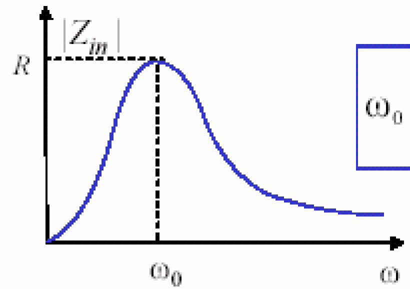
Δικτυώματα RF (συνέχεια)

Συντονιζόμενα Κυκλώματα.

Κύκλωμα παράλληλου RLC.



$$Y_{in} = \frac{1}{R} + j\underbrace{\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}$$



$$\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

Συχνότητα συντονισμού.

Συντελεστής ποιότητας

$$Q = 2\pi \frac{W_{mx}}{W_{tot}}$$

$$Q = 2\pi \frac{CU_{mx}^2 / 2}{T_0 \cdot U_{mx}^2 / (2R)}$$

$$= \omega_0 RC = \frac{R}{\omega_0 L}$$

$$\boxed{Q = \frac{R}{\sqrt{L/C}}}$$

W_{mx}=η μέγιστη αποθηκευόμενη ενέργεια

W_{tot}=η ολική ενέργεια που χάνεται ανά περίοδο στο συντονισμό

$|Z_L| = |Z_C| = (L/C)^{1/2}$=χαρακτηριστική αντίσταση του δικτυώματος

Για$R \to \infty$ => $Q \to \infty$ (μειώνεται η κατανάλωση)

Για $L/C \to 0$ => $Q \to \infty$

Τα ρεύματα των κλάδων στον συντονισμό.

Η τάση στον συντονισμό είναι: $\mathbf{I_{in}R}$

$$\left|I_L\right| = \left|I_C\right| = \frac{|V|}{Z} = \frac{|I_{in}|R}{\omega_0 L} = \frac{|I_{in}|R\sqrt{LC}}{L} = |I_{in}|\frac{R}{\sqrt{L/C}} = Q|I_{in}|$$

Δηλ. το ρεύμα στους κλάδους L και C είναι Q φορές το ολικό ρεύμα.

Εύρος ζώνης και Q.

Γιά $\quad \omega = \omega_0 + \Delta\omega \Rightarrow$

$$Y = G + \frac{j}{\omega L}(\omega^2 LC - 1) = G + \frac{j}{\omega L}[2\Delta\omega \cdot \omega_0 + (\Delta\omega)^2] \cdot LC$$

για $\quad \Delta\omega << \omega_0 \Rightarrow Y \approx G + j2C \cdot \Delta\omega \Rightarrow$

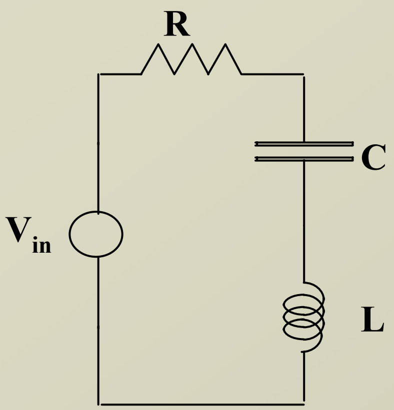
$$\Rightarrow \frac{BW}{\omega_0} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{\sqrt{L/C}}{R} = \frac{1}{Q}$$

Ισοδυναμεί με παράλληλο RC δικτύωμα του οποίου το εύρος ζώνης στα -3dB είναι 1/RC.

Κυμάτωση και Q.

$$V(t) \propto V_0 e^{-t/2RC} \Rightarrow V(t) \propto V_0 e^{-(t/T)(\pi/Q)}$$

Κύκλωμα RLC σειράς.



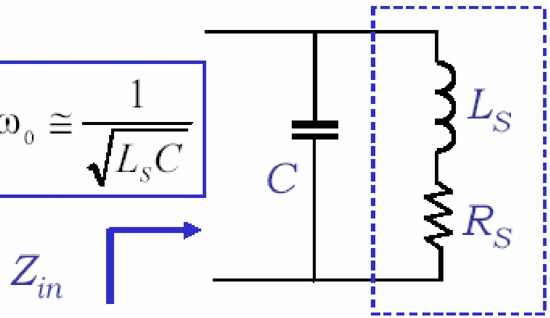
$$Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

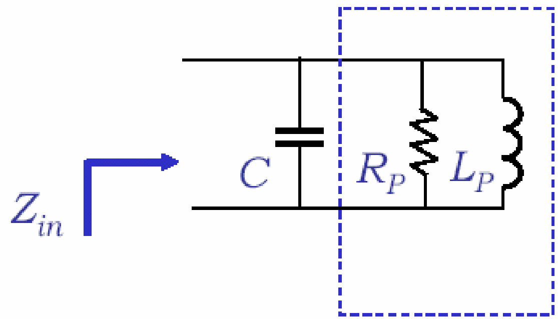
Οι τάσεις στα άκρα των L και C είναι Q φορές η τάση εισόδου.

Κύκλωμα RLC περιορισμένου εύρους ζώνης

Για $\boldsymbol{\omega \approx \omega_0}$

$$\boxed{\omega_0 \cong \frac{1}{\sqrt{L_S C}}}$$





$$R_S + j\omega L_S = \frac{R_P\, j\omega L_P}{R_P + j\omega L_P}$$

$$R_S = \left.\frac{R_P}{R_P^2/(\omega L_P)^2 + 1}\right|_{\omega\approx\omega_0} \approx \frac{R_P}{Q^2+1} \approx \frac{R_P}{Q^2}$$

$$L_S = \left.\frac{L_P \cdot R_P^2/(\omega L_P)^2}{R_P^2/(\omega L_P)^2 + 1}\right|_{\omega\approx\omega_0} \approx \frac{L_P \cdot Q^2}{Q^2+1} \approx L_P$$

Η ισοδυναμία των κυκλωμάτων προϋποθέτει και ότι $Q=R_P/\omega_0 L_P=\omega_0 L_S/R_S$.

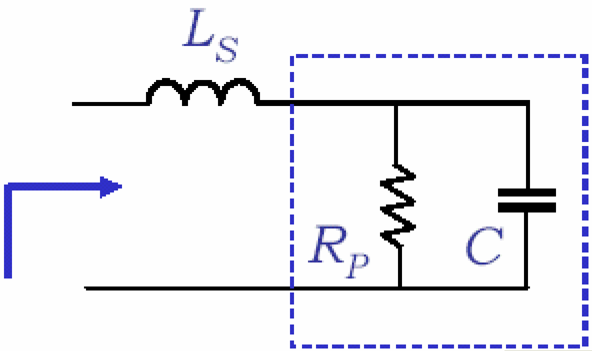
$$\boxed{\left. Z_{in}\right|_{\omega\approx\omega_0} = R_P \approx Q^2 R_S}$$

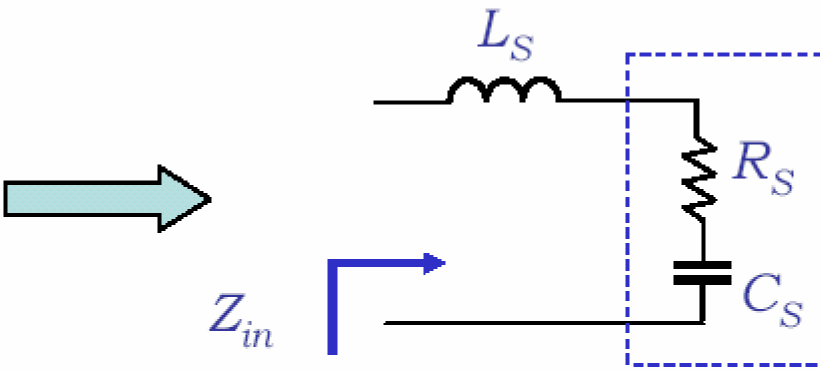
Μετασχηματισμός της αντίστασης προς τα άνω

Κύκλωμα RLC περιορισμένου εύρους ζώνης (συνέχεια)

Για $\boldsymbol{\omega \approx \omega_0}$

$$\boxed{\omega_0 \cong \frac{1}{\sqrt{L_S C}}}$$





$$\frac{1}{R_P} + j\omega C = \frac{j\omega C_S / R_S}{1/R_S + j\omega C_S}$$

$$R_S = \left.\frac{R_P}{R_P^2(\omega C)^2 + 1}\right|_{\omega\approx\omega_0} \approx \frac{R_P}{Q^2+1} \approx \frac{R_P}{Q^2}$$

$$C_S = C \cdot \left.\frac{R_P^2(\omega C)^2 + 1}{R_P^2(\omega C)^2}\right|_{\omega\approx\omega_0} \approx C \cdot \frac{Q^2+1}{Q^2} \approx C$$

Η ισοδυναμία των κυκλωμάτων προϋποθέτει και ότι $Q=R_P/\omega_0 L_P=\omega_0 L_S/R_S$.

Μετασχηματισμός της αντίστασης προς τα κάτω

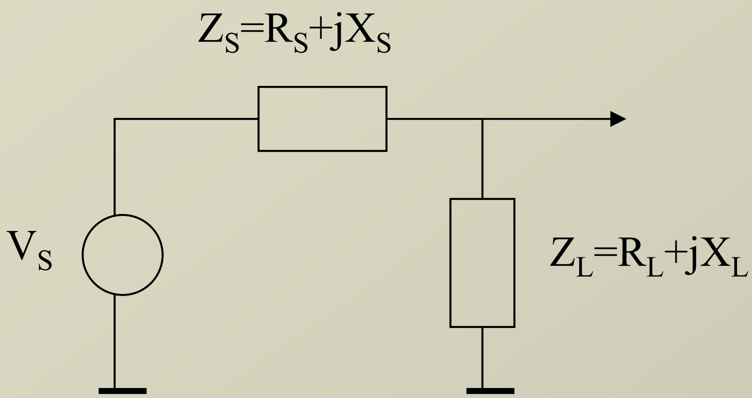
$$\boxed{Z_{in}\Big|_{\omega\approx\omega_0} = R_S \approx \frac{R_P}{Q^2}}$$

Γενικά

$$R_P = R_S(Q^2+1)$$
$$X_P = X_S\left(\frac{Q^2+1}{Q^2}\right)$$

Όπου X είναι το φανταστικό μέρος της σύνθετης αντίστασης.

Δυκτυώματα RLC σαν μετασχηματιστές αντιστάσεων.

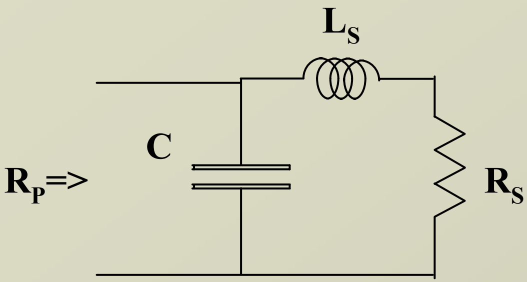


Με δεδομένη την αντίσταση της πηγής, ποιά αντίσταση φόρτου μεγιστοποιεί την ισχύ που αποδίδεται στον φόρτο; Η ισχύς εξόδου αποδίδεται στην R_L.

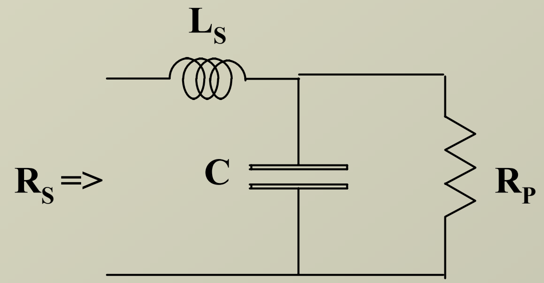
$$\frac{|V_R|^2}{R_L} = \frac{|I_R|^2 R_L^2}{R_L} = \frac{R_L |V_S|^2}{(R_L+R_S)^2+(X_L+X_S)^2}$$

Για να γίνει μέγιστη η ισχύς εξόδου πρέπει $\mathbf{X_L=-X_S}$ οπότε πρέπει και $\mathbf{R_L=R_S}$ =>
Για μέγιστη μεταφορά ισχύος πρέπει οι δύο αντιστάσεις να είναι συζυγείς μιγαδικές.

Δικτύωμα Προσαρμογής τύπου-L.



Μετασχηματισμός της αντίστασης προς τα άνω.



Μετασχηματισμός της αντίστασης προς τα κάτω.

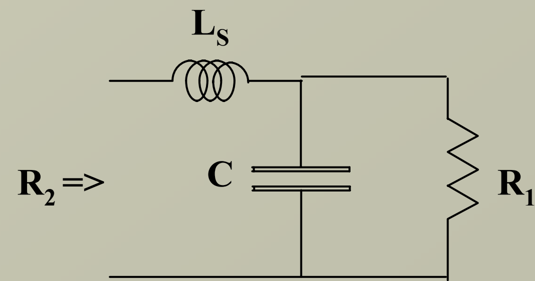
$$\text{Για} \quad Q^2 >> 1 \Rightarrow R_P \approx R_S Q^2 = R_S\left(\frac{1}{\omega_0 R_S C}\right)^2 = \frac{1}{R_S}\frac{L_S}{C} \Rightarrow R_P R_S \approx \frac{L_S}{C} = Z_0^2$$

Z_0=χαρακτηριστική αντίσταση του δικτυώματος

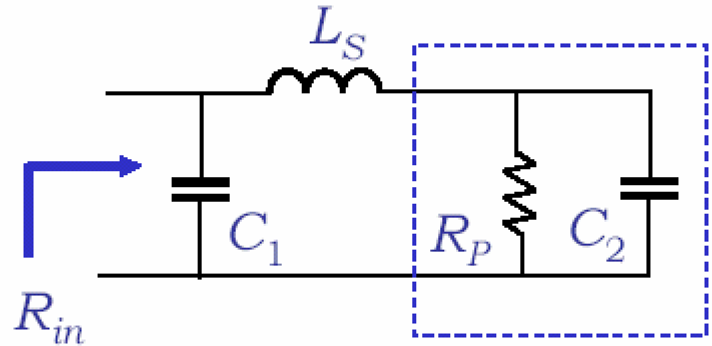
$$\text{Επίσης:} \quad Q \approx \sqrt{\frac{R_P}{R_S}} \quad \text{και} \quad X_P \approx X_S$$

Με αυτό το δικτύωμα έχουμε δύο βαθμούς ελευθερί
(το ω_0 και τον λόγο αντιστάσεων).
Για ανεξάρτητο υπολογισμό του Q χρησιόποιούνται άλλοι τύποι δικτυωμάτων.

Άσκηση 1: Να σχεδιαστεί δικτύωμα τύπου-L με R_1=50Ω, R_2=5Ω, f_0=1GHz και BW=25MHz.



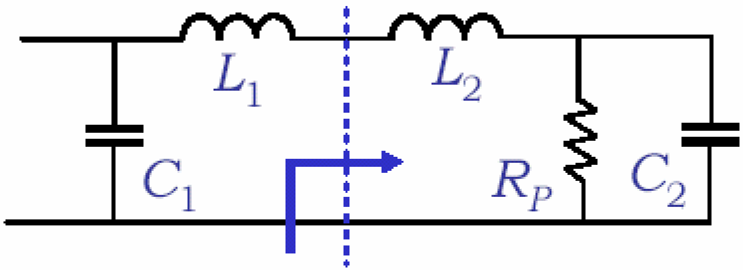
Δικτύωμα Προσαρμογής τύπου-π.

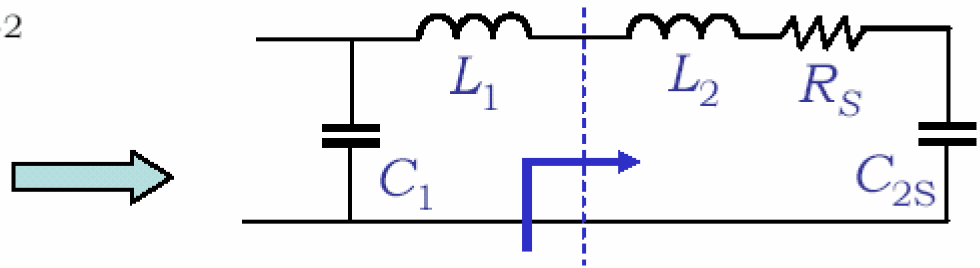


Το δικτύωμα τύπου-π ισοδυναμεί με δύο διαδοχικά δικτυώματα τύπου-L.

$$Q_1 = \frac{\omega_0 L_1}{R_S} = \sqrt{\frac{R_{in}}{R_S} - 1}, \qquad Q_2 = \frac{\omega_0 L_2}{R_S} = \sqrt{\frac{R_P}{R_S} - 1}$$

$$L_S = L_1 + L_2 \text{ and } L_1 C_1 = L_2 C_2 \approx (\omega_0)^{-2}$$



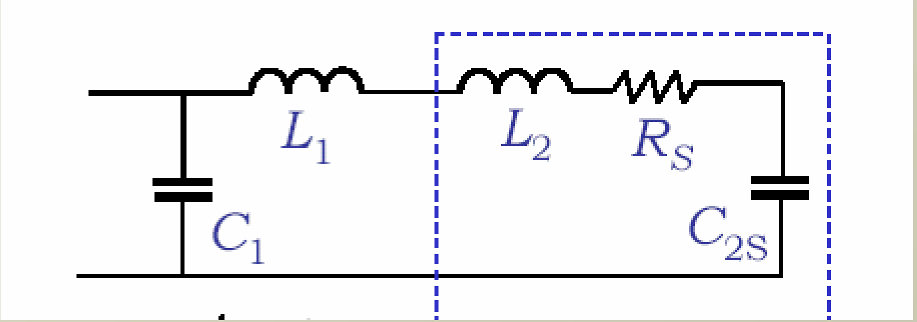


$$R_S \approx R_P / (Q_2^2 + 1) \text{ and } C_{2S} \approx C_2$$

Το ολικό Q θα είναι:
$$Q = \frac{\omega_0 (L_1 + L_2)}{R_S} = \sqrt{\frac{R_{in}}{R_S} - 1} + \sqrt{\frac{R_P}{R_S} - 1}$$

Από εδώ υπολογίζουμε την R_S αν δίνεται το Q και οι R_{in} και R_P .

Στη συνέχεια υπολογίζεται το L_S σαν:



$$L_S = L_1 + L_2 = \frac{Q \cdot R_S}{\omega_0}$$

Οι χωρητικότητες υπολογίζονται σαν:

$$C_1 = \frac{Q_1}{\omega_0 R_{in}} \quad \text{και} \quad C_2 = \frac{Q_2}{\omega_0 R_P}$$

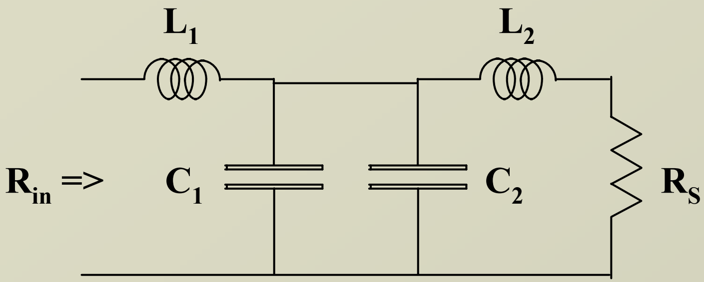
Αν δεχθούμε ότι Q>> μπορούμε να υπολογίσουμε απλούστερα την R_S:

$$R_S \approx \frac{(\sqrt{R_{in}} + \sqrt{R_P})^2}{Q^2}$$

Με αυτό το δικτύωμα λαμβάνουμε εύκολα υπ΄ όψη μας τις παρασιτικές χωρητικότητες.

Άσκηση 2: Να υπολογιστεί δικτύωμα τύπου-π με τις ίδιες επιδόσεις με αυτό της άσκησης 1.

Δικτύωμα Προσαρμογής τύπου-Τ.



Το δικτύωμα αυτό είναι δυαδικό του τύπου-π.

Το ολικό Q του δικτυώματος είναι:

$$Q = \omega_0 R_P (C_1 + C_2) = \sqrt{\frac{R_P}{R_{in}} - 1} + \sqrt{\frac{R_P}{R_S} - 1}$$

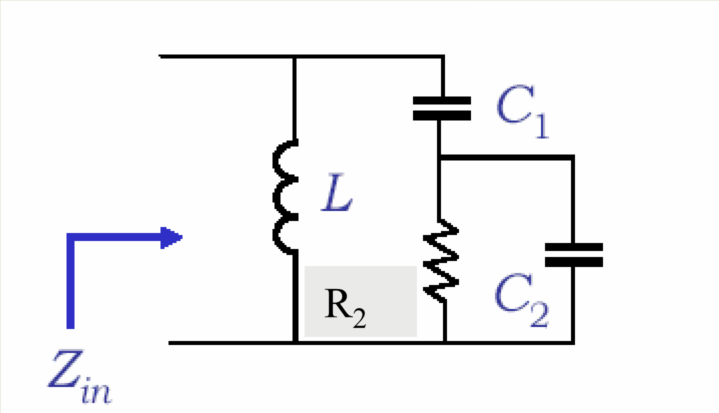
Από όπου υπολογίζεται η R_P.

Στη συνέχεια υπολογίζονται τα:

$$C_1 + C_2 = \frac{Q}{\omega_0 R_P} \qquad L_1 = \frac{Q_1 R_{in}}{\omega_0}, \quad L_2 = \frac{Q_2 R_S}{\omega_0}$$

Το δικτύωμα αυτό είναι χρήσιμο όταν τα παρασιτικά του φόρτου και της πηγής είναι αυτεπαγωγικά.

Συντονιζόμενο Δικτύωμα Προσαρμογής με μεσαία λήψη πυκνωτών.



Χρησιμοποιείται στους ταλαντωτές διότι συνδυάζει το συντονιζόμενο κύκλωμα με την προσαρμογή αντιστάσεων χωρίς υποβάθμιση του Q.
Σε ένα κύκλωμα χωρίς απώλειες ο υποβιβασμός της τάσης συνοδεύεται από υποβιβασμό των αντιστάσεων ανάλογο προς το τετράγωνο του υποβιβασμού της τάσης, ώστε να διατηρηθεί η ισχύς:

$$\frac{R_2}{R_{in}} \approx \left(\frac{1/j\omega C_2}{1/j\omega C_1 + 1/j\omega C_2}\right)^2 = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)^2$$

Για να επιβεβαιωθεί αυτή η σχέση υπολογίζουμε την αγωγιμότητα του συνδυασμού των πυκνωτών με την αντίσταση:

$$Y_{in} = \frac{j\omega C_1 - \omega^2 R_2 C_1 C_2}{j\omega R_2 (C_1 + C_2) + 1}$$

Το πραγματικό μέρος ισούται με:

$$G_{in} = \frac{\omega^2 R_2 C_1^2}{\omega^2 R_2^2 (C_1 + C_2)^2 + 1}$$

Και για ω>>

$$G_{in} \approx \frac{\omega^2 R_2 C_1^2}{\omega^2 R_2^2 (C_1 + C_2)^2} = G_2 \left[\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right]^2 = \frac{G_2}{n^2}$$

Το n αντιστοιχεί στο λόγο σπειρών ενός ιδανικού μετασχηματιστή που κάνει τον ίδιο μετασχηματισμό αντιστάσεων με το χωρητικό διαιρέτη.

Το φανταστικόμέρος της αγωγιμότητας ισούται με: $$B_{in} = \frac{\omega C_1 + \omega^2 R_2^2 C_1 C_2 (C_1 + C_2)}{\omega^2 R_2^2 (C_1 + C_2)^2 + 1}$$

Και για ω>> $$B_{in} \approx \omega \cdot \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \omega \cdot C_{eq}$$

Για μεγαλύτερη ακρίβεια, μετατρέπουμε το παράλληλο R_2C_2 σε συνδυασμό σειράς, κατόπιν συνδυάζουμε τη C_1 με τη μετασχηματισμένη C_2 και έχουμε ένα RC σειράς παράλληλα με την L, μετατρέπουμε το RC στο ισοδύναμο παράλληλο και βρίσκουμε την παράλληλη R που θα είναι η R_{in}. Για το σκοπό αυτό προσδιορίζουμε πρώτα το απαιτούμενο Q του δικτυώματος.

$$Q \approx \frac{\omega_0}{\omega_{-3dB}} = \frac{R_{in}}{\omega_0 L} \quad \Rightarrow L = \frac{R_{in}}{\omega_0 Q}$$

Η αντίσταση και η χωρητικότητα σειράς θα είναι: $$R_{2S} = \frac{R_2}{Q_2^2 + 1} \qquad C_{2S} = C_2\left(\frac{Q_2^2 + 1}{Q_2^2}\right)$$

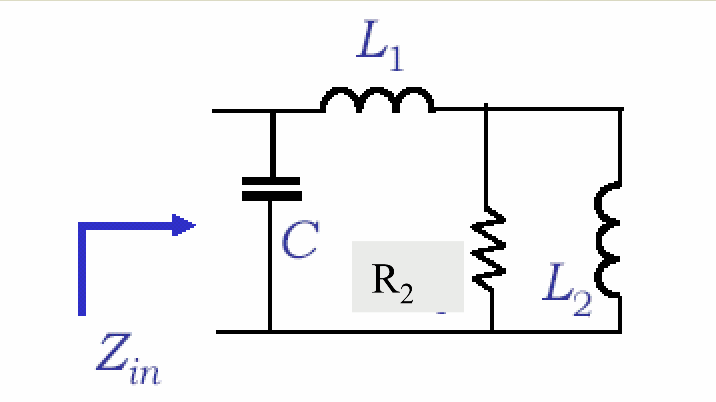
Όπου το Q_2 αντιστοιχεί στον παράλληλο συνδυασμό RC.

Η αντίσταση σειράς μπορεί επίσης να γραφτεί: $$R_S = \frac{R_{in}}{Q^2 + 1} \qquad \Rightarrow Q_2 = \sqrt{\frac{R_2}{R_{in}}(Q^2 + 1) - 1}$$

Επειδή: $$Q_2 = \omega_0 R_2 C_2 \Rightarrow \quad C_2 = \frac{Q_2}{\omega_0 R_2} = \frac{\sqrt{\frac{R_2}{R_{in}}(Q^2 + 1) - 1}}{\omega_0 R_2}$$

Για τον υπολογισμό του C_1, $$C_{eq} = \frac{C_1 C_{2S}}{C_1 + C_{2S}} \qquad Q = \frac{1}{\omega_0 R_{2S} C_{eq}} = \frac{C_1 + C_{2S}}{\omega_0 R_{2S} C_1 C_{2S}} \Rightarrow \quad C_1 = \frac{C_2 (Q_2^2 + 1)}{QQ_2 - Q_2^2}$$

Συντονιζόμενο Δικτύωμα Προσαρμογής με μεσαία λήψη πηνίων.



Κύκλωμα ανάλογο με το προηγούμενο.
Και πάλι $R_2 < R_{in}$.

Προσδιορίζουμε πρώτα το απαιτούμενο Q του δικτυώματος, οπότε:

$$Q = \omega_0 R_{in} C \Rightarrow C = \frac{Q}{\omega_0 R_{in}}$$

Στη συνέχεια μετασχηματίζουμε τον παράλληλο συνδυασμό RL στον ισοδύναμο συνδυασμό σειράς:

$$R_S = \frac{R_2}{Q_2^2 + 1} \qquad L_{2S} = L_2\left(\frac{Q_2^2}{Q_2^2+1}\right)$$

Επίσης μπορούμε να γράψουμε και:

$$R_S = \frac{R_{in}}{Q^2 + 1} \Rightarrow Q_2 = \sqrt{\frac{R_2}{R_{in}}(Q^2+1) - 1}$$

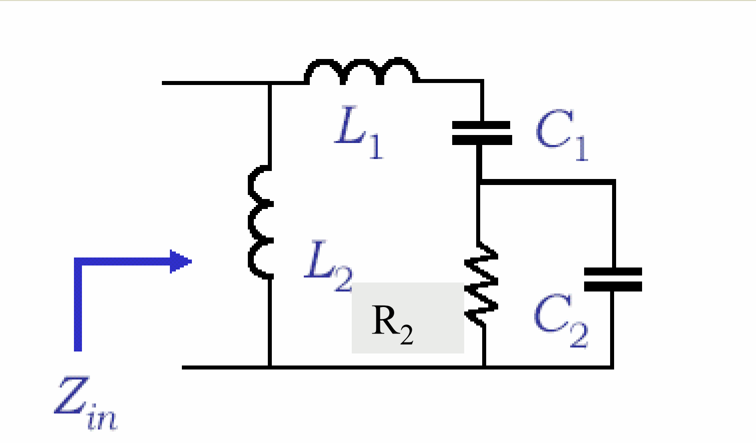
Αφού υπολογίσαμε το Q_2, γράφουμε:

$$Q_2 = \frac{R_2}{\omega_0 L_2} \Rightarrow L_2 = \frac{R_2}{\omega_0 Q_2} = \frac{R_2}{\omega_0 \sqrt{\frac{R_2}{R_{in}}(Q^2+1) - 1}}$$

Για να υπολογίσουμε το L_1:

$$Q = \frac{\omega_0 (L_1 + L_{2S})}{R_{2S}} \Rightarrow L_1 = \frac{L_2(QQ_2 - Q_2^2)}{Q_2^2 + 1}$$

Συντονιζόμενο Δικτύωμα Προσαρμογής με διπλή μεσαία λήψη.



Αυξάνει την απαιτούμενη τιμή του L και μειώνει αυτή των C ώστε να φτάσουμε σε πιο πραγματοποιήσιμες τιμές.

Πρόβλημα: Στο δικτύωμα του σχήματος, χρησιμοποιείστε τη μέθοδο του μετασχηματισμού σειράς-παραλλήλου για να απλοποιήσετε το δικτύωμα και να υπολογίσετε τησύνθετη αντίστασή του στα 100MHz, όταν R_S =15Ω, R_P=1KΩ, C=1pF και L=10nH.