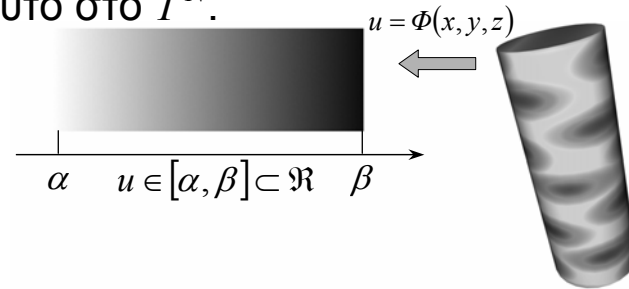


Απεικόνιση Υφής και Αναγλύφου

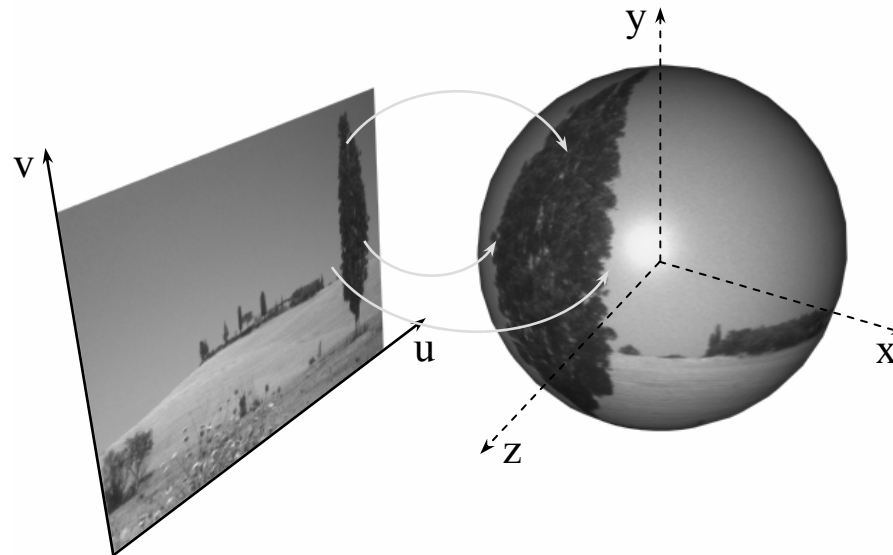
- Phong, Gouraud: Χρωματισμός λείου αντικειμένου με ενιαίο χρώμα
 - Τα περισσότερα αντικείμενα δεν έχουν αμιγές χρώμα ούτε είναι λεία.
 - Μπορούμε να υποδιαιρέσουμε αντικείμενο σε στοιχειώδη τμήματα.
 - Υπολογιστικά ακριβό, χονδροειδή αποτελέσματα.
- Τεχνικές απεικόνισης υφής (texture mapping):
 - Συναρτήσεις Φ από 3Δ χώρο σημείων E^3 ή διανυσμάτων R^3 στον N-διάστατο χώρο υφής T^N ($T^N \subset R^N$).
 - Κάθε σημείο του αντικειμένου χρωματίζεται σύμφωνα με την τιμή που βρίσκεται για αυτό στο T^N .



- Υφή επιτυγχάνεται χωρίς μεταβολή της μορφολογίας του αντικειμένου.
- Η χρωματική τιμή που βρίσκεται από τη συνάρτηση υφής σκιάζεται με τον αλγόριθμο φωτισμού (π.χ. Phong).
- Μέθοδοι υφής μας δίνουν τη δυνατότητα επιλογής της διαφάνειας του αναγλύφου, του ενδογενή φωτισμού, της ανακλαστικότητας κλπ.
- Εξετάζουμε Απεικόνιση Χάρτη Υφής (Image Mapping) και Συναρτησιακή Υφή (Procedural Texture Mapping).

Απεικόνιση Χάρτη Υφής (Image Mapping)

- Η πιο συνηθισμένη και παλαιότερη μέθοδος:
 - Εικόνα (χάρτης) εκφράζεται σαν φραγμένος παραμετρικός (u,v) χώρος T^2 .
 - Ορίζουμε συνάρτηση απεικόνισης $E^3 \rightarrow T^2$ (όχι αμφιμονοσήμαντη).
 - Εξετάζουμε διάφορες συναρτήσεις απεικόνισης.
 - Πρακτικά “τυλίγουμε” 2Δ χάρτη γύρω από το 3Δ αντικείμενο.



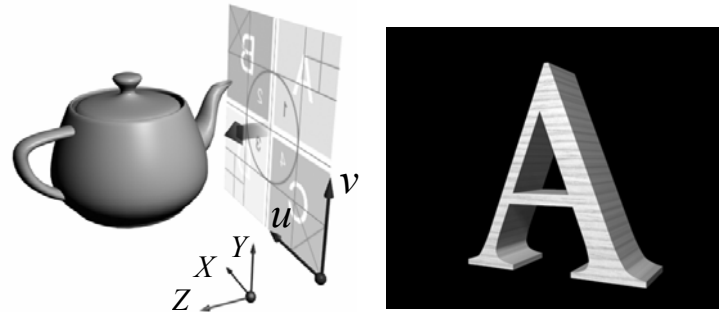
Συναρτήσεις Απεικόνισης

- Συνδέουν σημεία αντικειμένου E^3 με παραμέτρους $(u,v) T^2$ σε 2 φάσεις:
 1. Σύνδεση (u,v) με ενδιάμεση 3Δ υποθετική επιφάνεια (π.χ. σφαίρα)
 2. Απεικόνιση σημείων αντικειμένου στην 3Δ επιφάνεια.
- Πρακτικά απεικονίζουμε τα σημεία του αντικειμένου σε ένα υποσύνολο τους που μπορεί να εκφρασθεί με μία 2Δ βάση.
- Εξετάζουμε planar mapping, cylindrical mapping, spherical mapping, shrink mapping, box mapping, bicubic patch mapping.

Συναρτήσεις Απεικόνισης

- Planar Mapping:
 - Η ενδιάμεση 3D επιφάνεια είναι ένα επίπεδο.
 - Θεωρούμε τον χάρτη υψής σαν ένα επίπεδο προβολέα που φωτίζει με παράλληλη δέσμη ακτίνων το αντικείμενο.
 - Πρακτικά προβάλουμε κάθε σημείο του αντικειμένου στο επίπεδο.
 - Εστω ότι χρησιμοποιούμε το επίπεδο XY με την απεικόνιση $u=a \cdot x$, $v=\beta \cdot y$
 - Η συνάρτηση απεικόνισης σημείων του αντικειμένου στον (u,v) είναι:

$$(u,v) = \Phi_{Planar}(x,y,z) = \left(\frac{x}{a}, \frac{y}{\beta} \right)$$



- Συντεταγμένες (x,y) εκτός του διαστήματος $([0,a],[0,\beta])$ μας δίνουν τιμές στα u,v εκτός του παραμετρικού διαστήματος τους (αν $u,v \in [0,1]$).

- Απαιτείται περιοδική συνάρτηση:

$$(u,v) = \Phi_{Planar}(x,y,z) = \left(\frac{x}{a} - \left\lfloor \frac{x}{a} \right\rfloor, \frac{y}{\beta} - \left\lfloor \frac{y}{\beta} \right\rfloor \right)$$

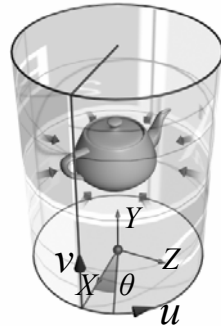
- Planar mapping μπορεί να χρησιμοποιηθεί για οποιοδήποτε επίπεδο με κατάλληλο μετασχηματισμό.
- Καλά αποτελέσματα για σχετικά επίπεδες επιφάνειες.

Συναρτήσεις Απεικόνισης

- Cylindrical Mapping:

- Ενδιάμεση επιφάνεια είναι ο μοναδιαίος κύλινδρος που είναι συμμετρικός ως προς τον Y .
- Αλλάζουμε σύστημα συντεταγμένων αντικειμένου από καρτεσιανό σε κυλινδρικό:

$$(y, r, \theta) = \left(y, \sqrt{x^2 + z^2}, \arcsin \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} \right) \text{ με } -\pi \leq \arcsin(\) \leq \pi$$



- Χρησιμοποιούμε 2 από τις κυλινδρικές συντεταγμένες (θ, y) για απεικόνιση στο χώρο υφής:

$$(u, v) = \Phi_{Cylindrical}(x, y, z) = \left(\frac{1}{2} + \frac{\theta}{2\pi}, \frac{y}{\beta} - \left\lfloor \frac{y}{\beta} \right\rfloor \right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}, \frac{y}{\beta} - \left\lfloor \frac{y}{\beta} \right\rfloor \right)$$

όπου $-\pi \leq \arcsin(\) \leq \pi$ και β η περίοδος επανάληψης κατά Y

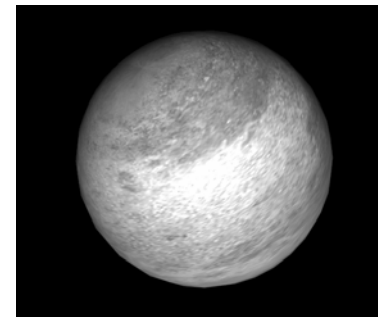
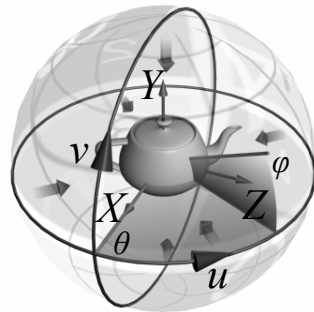
- Ο χάρτης υφής τυλίγεται γύρω από το αντικείμενο κατά τον Y άξονα με περίοδο β :
 - » Κατάλληλη για επιμήκη αντικείμενα.

Συναρτήσεις Απεικόνισης

- Spherical Mapping:

- Για κοίλα ή σφαιρικά αντικείμενα.
- Χρησιμοποιεί τη σφαίρα σαν ενδιάμεση επιφάνεια.
- Αλλάζουμε σύστημα συντεταγμένων από καρτεσιανό σε σφαιρικό:

$$\theta = \arcsin \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}} \quad \varphi = \arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad \text{με } -\pi \leq \arcsin(\) \leq \pi$$



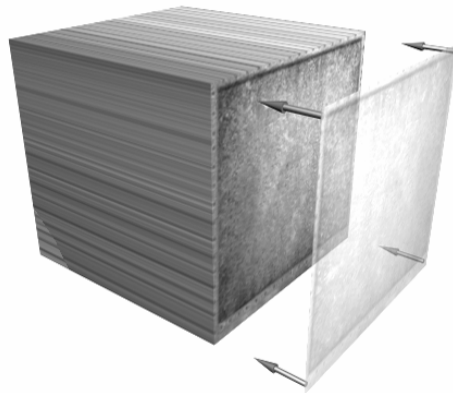
- Χρησιμοποιούμε 2 από τις σφαιρικές συντεταγμένες (θ, φ) για απεικόνιση στο χώρο υφής:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{2} + \frac{\arcsin \frac{z}{\sqrt{x^2 + z^2}}}{2\pi}, \\ v &= \frac{1}{2} + \frac{\arcsin \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}}{\pi} \end{aligned} \right\}$$

$$\text{με } \theta \in [-\pi, \pi] \quad \varphi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

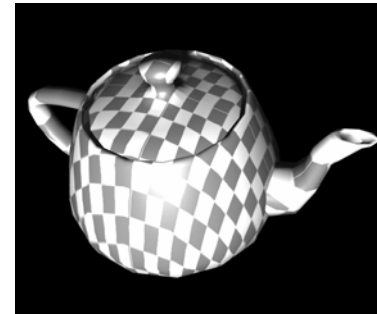
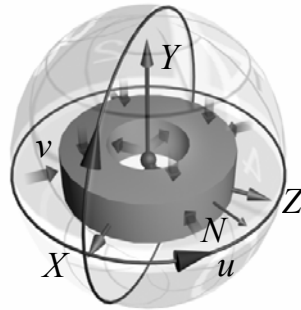
Συναρτήσεις Απεικόνισης

- Αντικείμενα με πτυχώσεις παρουσιάζουν πυκνώσεις και αραιώσεις της υφής:
 - Υφή πιο πυκνή σε επιφάνειες κάθετες στη διεύθυνση απεικόνισης.
 - π.χ. Για planar mapping



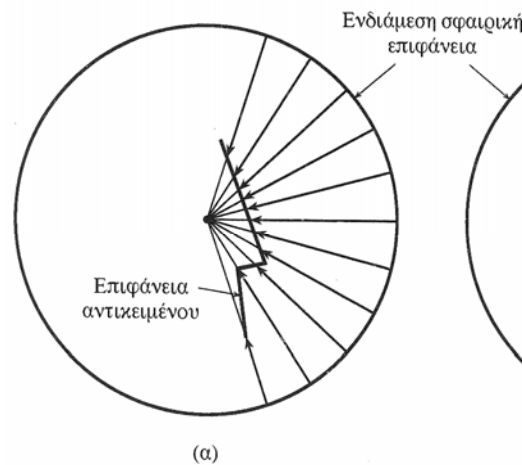
Συναρτήσεις Απεικόνισης

- Shrink Mapping (προσανατολισμένη απεικόνιση):
 - Χρήση κανονικού διανύσματος \vec{N} . Ενδιάμεση επιφάνεια είναι η σφαίρα.
 - Για το σημείο αντικειμένου \bar{P} με κανονικό διάνυσμα \vec{N} , βρίσκουμε το $\bar{P}' = \bar{P} + t \cdot \vec{N}$, $t \geq 0$ που είναι η τομή της ημιευθείας με μια σφαίρα ακτίνας R .
 - Εφαρμόζουμε Spherical mapping στο \bar{P}'

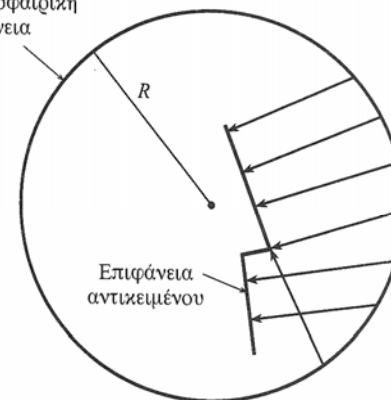


- Shrink mapping κατανέμει ομοιόμορφα χάρτη υφής αλλά μπορεί να χαθεί η συνέχεια της υφής:

Spherical mapping



(α)

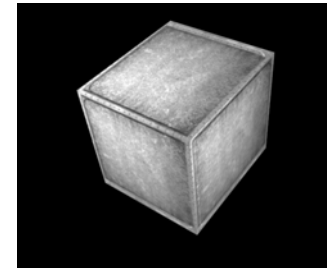
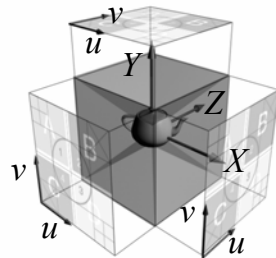


(β)

shrink mapping

Συναρτήσεις Απεικόνισης

- Box Mapping (απεικόνιση κύβου):
 - Χρησιμοποιεί 6 επίπεδες (planar) απεικονίσεις του ίδιου χάρτη υφής ανάλογα με το κανονικό διάνυσμα \vec{N} της επιφάνειας.
 - Χρησιμοποιούνται τα επίπεδα XY , XZ και YZ .



- Αν θ, φ οι γωνίες οριζόντιας και κάθετης απόκλισης από τον $+X$

$$\theta = \arcsin \frac{N_z}{\sqrt{N_x^2 + N_z^2}} \quad \varphi = \arcsin N_y$$

$$\text{Αν } -\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}$$

$$\text{» Αν } -\pi/4 \leq \theta \leq \pi/4 \quad \text{ή} \quad 3\pi/4 \leq \theta \leq 5\pi/4$$

εφάρμοσε planar mapping χρησιμοποιώντας το επίπεδο (Z, Y)

$$\text{» Αν } \pi/4 \leq \theta \leq 3\pi/4 \quad \text{ή} \quad 5\pi/4 \leq \theta \leq 7\pi/4$$

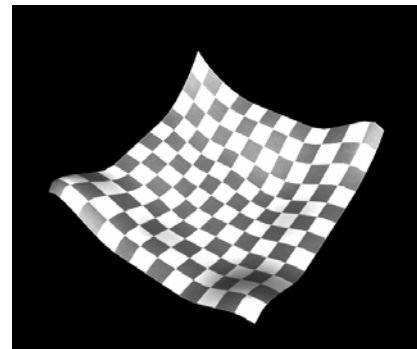
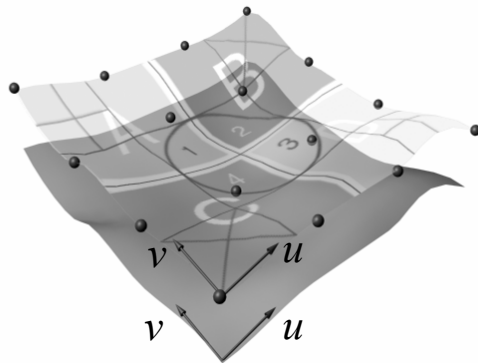
εφάρμοσε planar mapping χρησιμοποιώντας το επίπεδο (X, Y)

Διαφορετικά: εφάρμοσε planar mapping χρησιμοποιώντας το επίπεδο (Z, Y) .

- Πολύ χρήσιμη συνάρτηση για πολυγωνικές επιφάνειες και ομοιογενή υλικά (π.χ. τσιμέντο, πέτρα).

Συναρτήσεις Απεικόνισης

- Bicubic Patch Mapping (δικυβική απεικόνιση):
 - Χρήσιμη για επιφάνειες κατασκευασμένες από τμήματα (patches) και θέλουμε η υφή να ακολουθεί τυχόν παραμορφώσεις τους.
 - Συσχετίζουμε απευθείας τις 2 παραμέτρους του χώρου υψής T^2 με τις 2 παραμέτρους (u,v) της παραμετρικής επιφάνειας.



Απεικόνιση Ανακλάσεων

- Εστω κατοπτρικά ανακλαστική επιφάνεια. Πως μπορούμε να παραστήσουμε ανακλάσεις αντικειμένων μέσα σ' αυτή;
 - Παρακολούθηση ακτίνας (ray-tracing): ακριβής υπολογισμός ανακλάσεων με μεγάλο υπολογιστικό κόστος (κεφ. 12).
 - Εναλλακτικά χρησιμοποιούμε λιγότερο ακριβείς τεχνικές που βασίζονται σε χάρτες υφής.
- Συνάρτηση απεικόνισης ανακλάσεων (reflection mapping function):
 - Συνάρτηση απεικόνισης υφής που εξαρτάται από θέση παρατηρητή.
 - Εστω \vec{i} το διάνυσμα παρατήρησης σημείου αντικειμένου \bar{P} και \vec{r} το διάνυσμα ανάκλασης εκφρασμένο σαν (θ, φ) όπου θ η οριζόντια γωνιακή απόκλιση γύρω από τον Y και φ η κάθετη απόκλιση από XZ .

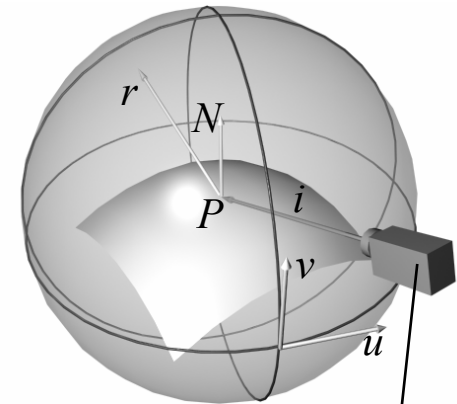
$$\vec{R} = \vec{i} - 2 \cdot (\vec{i} \cdot \vec{N}) \cdot \vec{N}$$

- Υπολογίζουμε τις παραμέτρους υφής (u, v) από τις (θ, φ)

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{2} + \frac{\theta}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \arcsin \frac{R_z}{\sqrt{R_x^2 + R_z^2}} \\ v &= \frac{1}{2} + \frac{\varphi}{\pi} = \frac{1}{2} + \frac{\arcsin R_y}{y} \end{aligned} \right\}$$

(οι υπολογισμοί αυτοί μπορούν να προσεγγισθούν γραμμικά)

- Χρησιμοποιείται “τεχνητός” χάρτης υφής που παριστάνει το περιβάλλον του αντικειμένου.



Παρατηρητής

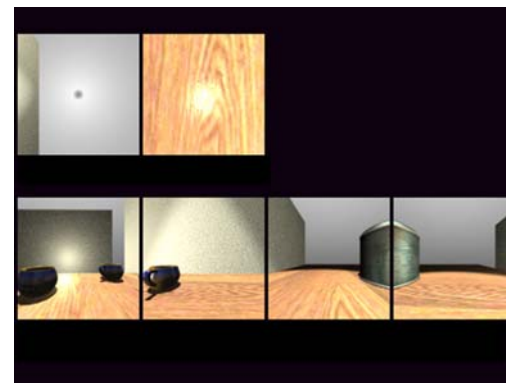
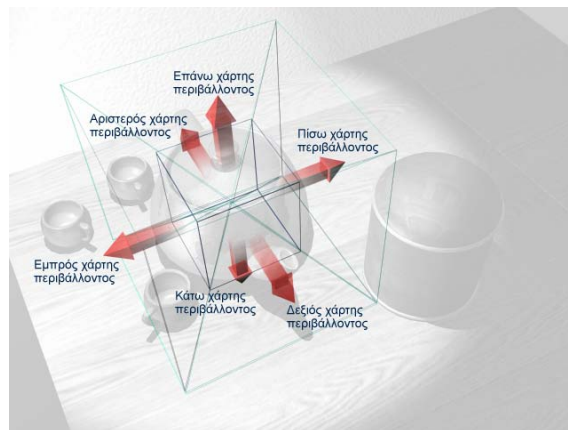
Απεικόνιση Ανακλάσεων

- Το reflection mapping χρησιμοποιείται συχνά για να αποδώσει σε μεταλλικά αντικείμενα μια αόριστη αίσθηση αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον:
 - Ο τεχνητός χάρτης υφής δεν εκφράζει με ακρίβεια το τι πρέπει να ανακλάται:



Απεικόνιση Ανακλάσεων

- Απεικόνιση περιβάλλοντος (environment mapping):
 - Χρησιμοποιούμε 6 χάρτες υφής (κύβος) που πραγματικά αντιπροσωπεύουν περιβάλλον αντικειμένου.
 - Οι 6 χάρτες υφής υπολογίζονται με ακτίνες που ξεκινούν από το κέντρο του αντικειμένου:

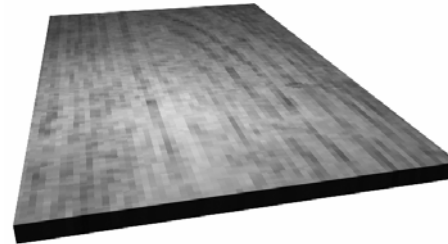


- Ο κατάλληλος χάρτης για κάθε σημείο του αντικειμένου επιλέγεται με βάση την κατεύθυνση του \vec{R}
- Εισάγεται παραμόρφωση λόγω γεωμετρίας κύβου (τόσο μεγαλύτερη όσο πλησιέστερα βρίσκεται ένα αντικείμενο του περιβάλλοντος)



Antialiasing στην Απεικόνιση Χάρτη Υφής

- Χάρτης υφής: αποτελείται από $Dim_x \times Dim_y$ pixels που αντιστοιχούν σε παραμετρικό διάστημα $(u,v) \in [0,a] \times [0,b]$
 - Τα στοιχειώδη παραλληλόγραμμα $\frac{a}{Dim_x} \times \frac{b}{Dim_y}$ ονομάζονται texels.
- Ανάλογα με την απόσταση του αντικειμένου από τον παρατηρητή, μπορεί ένα texel να αντιστοιχεί σε πολλά pixels.



- Antialiasing μπορεί να γίνει με διγραμμική παρεμβολή των 4 πλησιέστερων texels σε κάθε pixel ανάλογα με τις τιμές των u,v για την εύρεση της φωτεινότητας $I(u,v)$:
 - Σχετική θέση των παραμέτρων ως προς τα τέσσερα γειτονικά σημεία του πλέγματος της εικόνας:

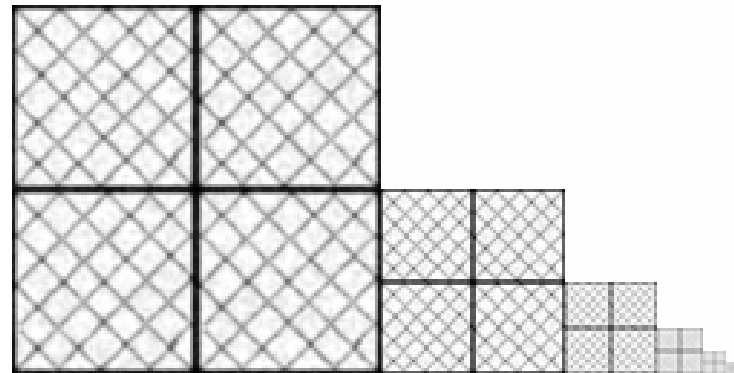
$$x = u \cdot Dim_x \quad y = v \cdot Dim_y \quad u' = x - \lfloor x \rfloor \quad v' = y - \lfloor y \rfloor$$
 - Οριζόντια γραμμική παρεμβολή:

$$I_{bot} = I(\lfloor x \rfloor, \lfloor y \rfloor) \cdot (1 - u') + I(\lceil x \rceil, \lfloor y \rfloor) \cdot u' \quad I_{top} = I(\lfloor x \rfloor, \lceil y \rceil) \cdot (1 - v') + I(\lceil x \rceil, \lceil y \rceil) \cdot v'$$
 - Κάθετη γραμμική παρεμβολή:

$$I(u,v) = I_{bot} \cdot (1 - v') + I_{top} \cdot v'$$
- όπου $I(\lfloor x \rfloor, \lfloor y \rfloor), I(\lceil x \rceil, \lfloor y \rfloor), I(\lfloor x \rfloor, \lceil y \rceil), I(\lceil x \rceil, \lceil y \rceil)$
τα τέσσερα κοντινότερα pixels του χάρτη υφής στη θέση (u,v) .

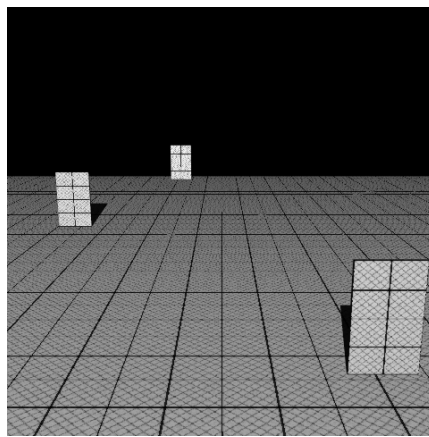
Antialiasing στην Απεικόνιση Χάρτη Υφής

- Μπορεί επίσης, ανάλογα με την απόσταση παρατήρησης, να έχουμε αντιστοιχία πολλών texels σε 1 pixel:
 - Η υφή μπορεί να μεταβάλλεται απότομα και ακανόνιστα (ανάλογα με ποιο texel δίνει χρώμα στο pixel) ιδιαίτερα δε στο animation.
 - Απαιτείται antialiasing.
- Mip-mapping: χρήση k μικρύνσεων αρχικού χάρτη υφής ($2^m \times 2^m$) με διαδοχικές διαιρέσεις στο μισό και φιλτραρίσματα:

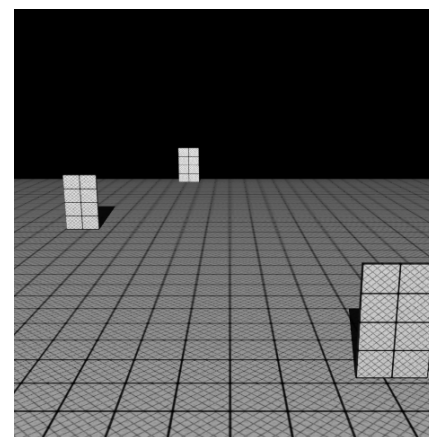


- Χρήση κατάλληλου mip-map ανάλογα με απόσταση αντικειμένου.

Χωρίς mip-mapping



Με mip-mapping



Antialiasing στην Απεικόνιση Χάρτη Υφής

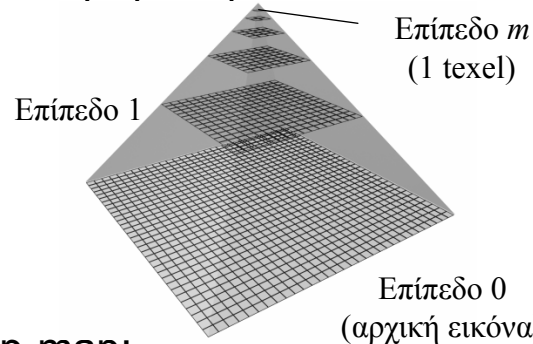
- Δημιουργία mip-maps:
 - » Εστω μία εικόνα I_0 μεγέθους $2^m \times 2^m$ pixels (επίπεδο 0) και έστω I_1 έως I_m τα mip-maps που προέρχονται από αυτή.

```
for (k=1; k<=m; k++)
  for (i=0; i<=2^(m-k)-1; i++)
    for (j=0; j<=2^(m-k)-1; j++)
       $I_k(i, j) = 1/4 I_{k-1}(2i, 2j) + 1/4 I_{k-1}(2i+1, 2j) + 1/4 I_{k-1}(2i, 2j+1) + 1/4 I_{k-1}(2i+1, 2j+1);$ 
```

- I_0 ως I_m έχουν αναλύσεις $2^m \times 2^m$ ως 1×1 με διαστάσεις texels $\frac{1}{2^m} \times \frac{1}{2^m}$ ως 1×1 .

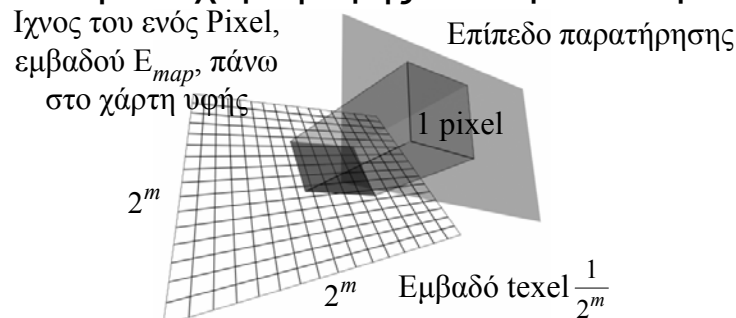
Antialiasing στην Απεικόνιση Χάρτη Υφής

- Θεώρηση mip-maps σαν πυραμίδα με επίπεδα 0...κ



- Επιλογή κατάλληλου mip-map:

- Εστω E_{map} το εμβαδό της προβολής ενός pixel πάνω στο χάρτη ύφης (βρίσκεται με αποκοπή του χάρτη υφής στα όρια του pixel).



- Το εμβαδό του texel στο k επίπεδο mip-map είναι $2^{2(k-m)}$.
- Ζητούμε το k για το οποίο ισχύει:

$$2^{2(k-m-1)} < E_{map} \leq 2^{2(k-m)} \Rightarrow 2^{k-m-1} < \sqrt{E_{map}} \leq 2^{k-m}$$

- Θέτοντας $d = \sqrt{E_{map}}$

$$k - m - 1 < \log_2 d \leq k - m \Rightarrow 0 < m - k + \log_2 d + 1 < 1$$

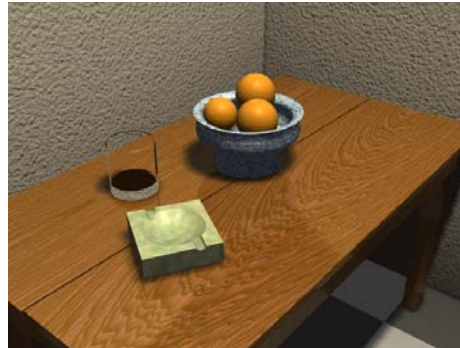
από την οποία προσδιορίζεται η κατάλληλη τιμή του k με διαδοχικές δοκιμές.

Συναρτησιακή Υφή

- Συναρτησιακή υφή (procedural mapping): χρησιμοποιεί συνάρτηση αντιστοίχισης σημείων του χώρου E^3 ή R^3 σε μοναδική τιμή:

$$I = f_{tex}(\bar{P})$$

- Η f_{tex} ορίζεται σε ολόκληρο τον 3Δ χώρο που μας ενδιαφέρει.
- Δεν εμφανίζονται προβλήματα pixelization (1 texel σε πολλά pixels) αφού οι f_{tex} είναι συνήθως αναλογικές συναρτήσεις.
- Ευρύ πεδίο εφαρμογών: φωτιά, κύματα, ξύλο, μάρμαρο ...
- Δεν παθαίνει γεωμετρικές παραμορφώσεις αφού δεν μεσολαβεί κανένας μετασχηματισμός.
- Μπορεί να εφαρμοσθεί αναδρομικά \Rightarrow αυτοομοιότητα.
- Χαρακτηρίζει ολόκληρο τον όγκο των αντικειμένων (χρήσιμο για διαφανή ή ημιδιαφανή σώματα).



- Η συναρτησιακή υφή και η απεικόνιση χάρτη υφής είναι συμπληρωματικές:
 - π.χ. με συναρτησιακή υφή δεν μπορούμε εύκολα να απεικονίσουμε προκαθορισμένα σχέδια όπως φωτογραφίες.

Συναρτήσεις Υψής

- Συνάρτηση θορύβου:
 - Επιφάνειες συχνά έχουν κοκκώδη υφή (π.χ. τοίχος, άμμος).
 - Συνάρτηση θορύβου χρήσιμη είτε μόνη της είτε επί άλλης συνάρτησης υψής.
 - Θέλουμε συνάρτηση παραγωγής θορύβου f_n κάπου μέσα στην περιοχή συχνοτήτων:

$freq_{\min} = 1 / \min\{Dim_x, Dim_y\}$, $freq_{\max} = 1/2a$ (Nyquist) όπου a η μεγαλύτερη πλευρά ενός pixel και Dim_x , Dim_y το μήκος και ύψος του viewport (στο ΣΣΟ).

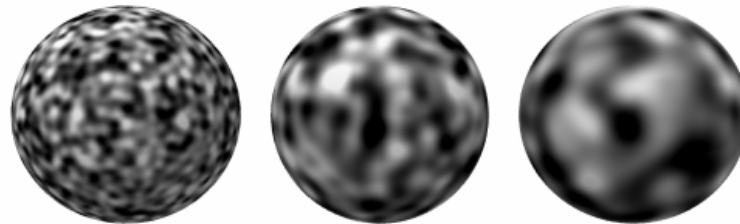
- Η f_n πρέπει να δίνει τυχαίες εξόδους για διαφορετικά σημεία εισόδου, αλλά οι τιμές της για κοντινά σημεία να μη διαφέρουν πολύ (συνέχεια).
- Το εύρος χωρικών συχνοτήτων της f_n πρέπει να είναι ελεγχόμενο.
- Η δημοφιλής συνάρτηση παραγωγής θορύβου του Perlin (85):
 - Εστω το πλέγμα (lattice) των ακεραίων στον R^3 .
 - Ο κόμβος $\Omega_{i,j,k}$ βρίσκεται στο σημείο (i,j,k) .
 - Κάθε κόμβος περιέχει έναν ψευδοτυχαίο αριθμό $\gamma_{i,j,k} \in [-1.0, 1.0]$
 - Η f_n του $\bar{P} \in R^3$ ορίζεται ως κυβική spline παρεμβολή των τιμών γ των 8 πλησιέστερων στο \bar{P} κομβικών σημείων:

$$f_n(x, y, z) = \sum_{i=\lfloor x \rfloor}^{\lfloor x \rfloor+1} \sum_{j=\lfloor y \rfloor}^{\lfloor y \rfloor+1} \sum_{k=\lfloor z \rfloor}^{\lfloor z \rfloor+1} \Omega_{i,j,k}(x-i, y-j, z-k) \quad \text{όπου } \Omega_{i,j,k}(u,v,w) = \omega(u) \omega(v) \omega(w) \gamma_{i,j,k} \text{ και } \omega \text{ η συνάρτηση βάρους.}$$

$$\omega(t) = \begin{cases} 2|t|^3 - 3t^2 + 1, & |t| < 1 \\ 0, & |t| \geq 1 \end{cases}$$

Συναρτήσεις Υφής

- Συνάρτηση θορύβου:
 - Για τους ψευδοτυχαίους αριθμούς $\gamma_{i,j,k}$ θέλουμε μια γεννήτρια που να δίνει σταθερό τυχαίο αριθμό για κάθε κόμβο, ώστε να μη μεταβάλλεται χρονικά η υφή του αντικειμένου.
 - Κάνουμε hashing των (i,j,k) σε ένα πίνακα R προϋπολογισμένων τυχαίων τιμών $\gamma_{i,j,k} = R[\varphi(i+\varphi(j+\varphi(k)))]$ με $\varphi(k) = A[k \bmod n]$ όπου A ένας επίσης προϋπολογισμένος πίνακας αντιστοίχισης των n πρώτων φυσικών αριθμών και μιας τυχαίας αντιμετάθεσης τους.
 - Παράδειγμα απεικόνισης συνάρτησης θορύβου σε σφαίρα με διαφορετικές χωρικές συχνότητες (επιτυγχάνεται με αλλαγή κλίμακας στα \bar{P} πριν αυτά χρησιμοποιηθούν από την f_n)



- Συχνά είναι χρήσιμη η παραγωγή τυχαίου μοναδιαίου διανύσματος

$$\vec{f}_n(x, y, z) = \sum_{i=\lfloor x \rfloor}^{\lfloor x \rfloor + 1} \sum_{j=\lfloor y \rfloor}^{\lfloor y \rfloor + 1} \sum_{k=\lfloor z \rfloor}^{\lfloor z \rfloor + 1} \vec{\Omega}_{i,j,k}(x-i, y-i, z-k)$$

$$\text{όπου } \vec{\Omega}_{i,j,k}(u, v, w) = \omega(u)\omega(v)\omega(w) \vec{\gamma}_{i,j,k}$$

Συναρτήσεις Υφής

- Συνάρτηση στροβιλισμού (turbulence) f_{turb} :
 - Επιστρέφει απόσταση τυχαίας μετακίνησης \bar{P} (Brown) από αρχική του θέση

$$f_{turb}(\bar{P}) = \sum_{i=1}^{Steps} \left| \frac{1}{2^i} f_n(2^i \cdot \bar{P}) \right|$$

όπου η συνάρτηση θορύβου f_n επιστρέφει μια τυχαία απόσταση μετακίνησης κατά \bar{P} και φθίνει όσο αυξάνει το βήμα.

- » Η τελική απόσταση μετακίνησης μπορεί να χρησιμοποιηθεί προς οποιαδήποτε (τυχαία;) κατεύθυνση.
- Η εντροπία (ευκινησία) ω_p του \bar{P} και η απόσταση μεταπήδησης λ μπορούν να παραμετροποιηθούν

$$f_{turb}(\bar{P}) = \sum_{i=1}^{Steps} \left| \omega_p^i f_n(\lambda^i \cdot \bar{P}) \right| \quad \text{με } \omega_p \in [0.0, 1.0] \text{ και } \lambda \in R$$



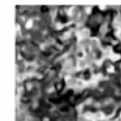
Steps=1, $\omega_p=1.0$



Steps=2, $\omega_p=1.0$



Steps=3, $\omega_p=1.0$



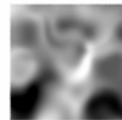
Steps=4, $\omega_p=1.0$



Steps=5, $\omega_p=1.0$



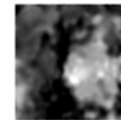
Steps=1, $\omega_p=0.67$



Steps=2, $\omega_p=0.67$



Steps=3, $\omega_p=0.67$



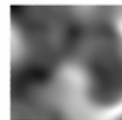
Steps=4, $\omega_p=0.67$



Steps=5, $\omega_p=0.67$



Steps=1, $\omega_p=0.34$



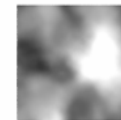
Steps=2, $\omega_p=0.34$



Steps=3, $\omega_p=0.34$



Steps=4, $\omega_p=0.34$



Steps=5, $\omega_p=0.34$

Αντιστοίχιση Χρωμάτων

- $c = f_{tex}(\bar{P})$ μας δίνει 1Δ τιμή, ικανοποιητική για grayscale:
 - Αν έχουμε χρώμα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε 3 συναρτήσεις (ακριβό).
 - Προτιμούμε συνήθως διακριτή γραμμικοποίηση των χρωμάτων βάση συχνοτήτων.

- Χρησιμοποιούμε c για παρεμβολή χρώματος μεταξύ 2 πλησιέστερων.

```

i=0;
while (C[i+1]<c and i<(NC-1)) i=i+1;
c1=C[i];
c2=C[i+1];
if (c1==c2) RGB=RGB[i]
else { t=c2-c)/(c2-c1);
      RGB=t*RGB[i]+(1-t)*RGB[i+1];}
    
```

Θέση	Χρώμα (R, G, B)	C_i
0	(0.0, 0.0, 0.0) μαύρο	0.0
1	(1.0, 0.8, 0.0) πορτοκαλί	0.2
2	(0.0, 0.0, 0.3) βαθύ μπλέ	0.5
3	(0.0, 0.0, 0.3) βαθύ μπλέ	0.8
4	(1.0, 1.0, 1.0) άσπρο	1.0

(α)

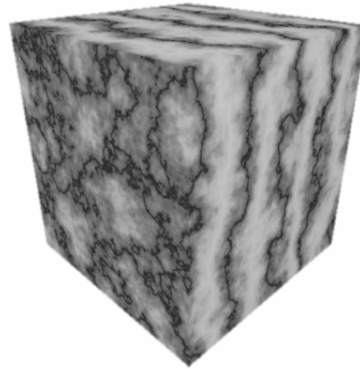


(β)

Χαρακτηριστικές Συναρτήσεις Υφής

- Μάρμαρο:
 - Βασίζεται στην ημιτονοειδή συνάρτηση (+ στροβιλισμό) για την παράσταση των “νερών” κατά X
$$f_{marble}(\bar{P}) = \sin(2\pi x + 2\pi a \cdot f_{turb}(\bar{P}))$$

όπου a το ποσοστό “αταξίας” των νερών του μαρμάρου

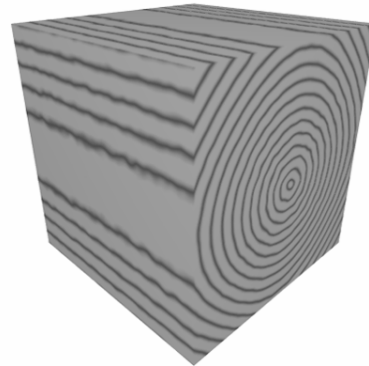


Στροβιλισμός κατά 40% ($\alpha=0.4$)

Χαρακτηριστικές Συναρτήσεις Υφής

- Ξύλο:
 - Προσομοιώνει δακτύλιους ξύλου με ομόκεντρους κυλίνδρους κατά Χ (+ στροβιλισμό).

$$\left. \begin{aligned} f_{wood}(\bar{P}) &= dist - \lfloor dist \rfloor \\ dist &= \sqrt{y^2 + z^2} + a \cdot |f_{turb}(\bar{P})| \end{aligned} \right\}$$



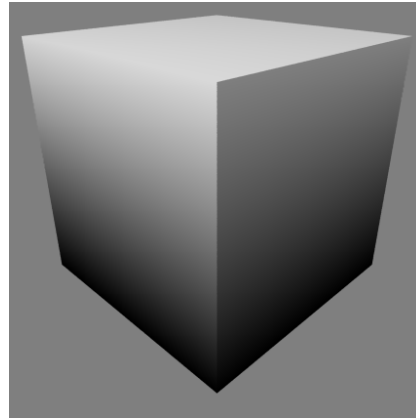
Χαρακτηριστικές Συναρτήσεις Υφής

- Ράμπα (ή ντεγκραντέ)

$$f_{gradient}(\bar{P}) = \frac{y}{a} - \left\lfloor \frac{y}{a} \right\rfloor$$

με a το μήκος της ράμπας

- Έχουμε $f_{gradient}(x,0,z)=0.0$ και $f_{gradient}(x,a,z)=1.0$
- Αν υπερβούμε το a κατά Y η ράμπα επαναλαμβάνεται

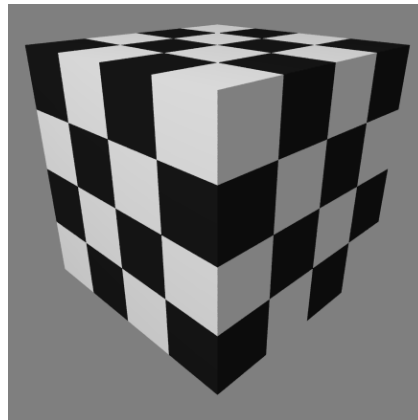


Χαρακτηριστικές Συναρτήσεις Υφής

- Καρρώ 3Δ:

$$f_{check}(\bar{P}) = (\lfloor x \rfloor + \lfloor y \rfloor + \lfloor z \rfloor) \bmod 2$$

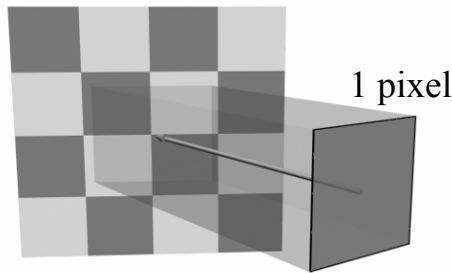
- Χρήσιμο για δάπεδα ή ύφασμα.
- Προτιμότερο από το image mapping γιατί δεν εμφανίζει αλλοιώσεις.



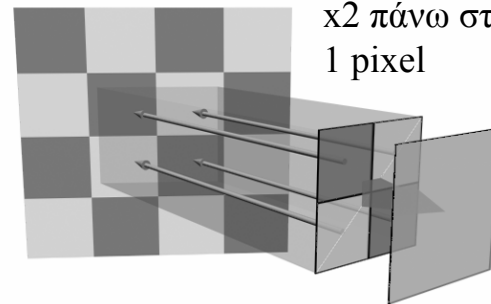
Antialiasing στη Συναρτησιακή Υφή

- Δεν παρατηρείται αλλοίωση της υφής λόγω μεγέθυνσης (1 texel σε πολλά pixels του image mapping) αφού οι συναρτήσεις είναι συνεχείς.
- Antialiasing χρειάζεται όταν η περιοδικότητα της υφής πέσει κάτω από 1 ή 2 pixels λόγω σμίκρυνσης:
 - Η υπερδειγματοληψία (supersampling) μπορεί να ενεργοποιείται επιλεκτικά:

Σχέδιο με περίοδο μικρότερη από 1 pixel



Δειγματοληψία
x2 πάνω στο
1 pixel



Μέση τιμή χρώματος

- Αυτού του είδους antialiasing χρειάζεται μόνο για περιοδικές συναρτήσεις υφής.

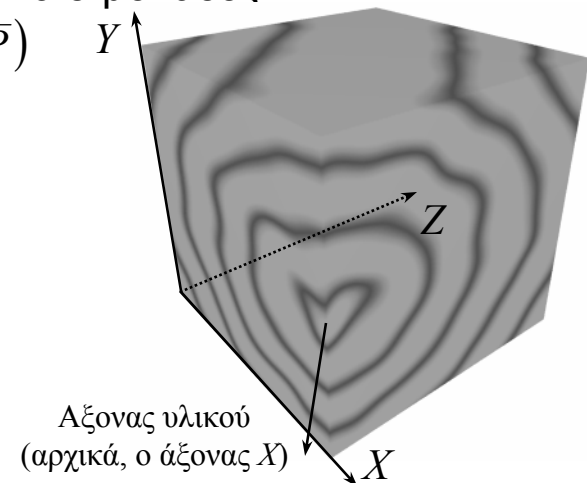
Μετασχηματισμοί Υφής

- Η υφή (χάρτης ή συνάρτηση) θέλουμε να μπορεί να πάρει τον επιθυμητό προσανατολισμό, θέση και μέγεθος:
 - Επίσης θα πρέπει να “ακολουθεί” ένα αντικείμενο καθώς αυτό μετασχηματίζεται.
 - Εφαρμογή μετασχηματισμού M στην υφή ισοδυναμεί με εφαρμογή του M^{-1} σε κάθε σημείο του αντικειμένου (πριν τον υπολογισμό υφής).

$$M\Phi(\bar{P}) \Leftrightarrow \Phi(M^{-1}\bar{P})$$

- Παράδειγμα: εφαρμογή υφής ξύλου στο μοναδιαίο κύβο με
 - » 5 φορές πυκνότερους δακτύλιους από την f_{wood}
 - » Άξονα συμμετρίας με κλίση 45° ως προς τον X (αντί του X της f_{wood})
 - » Άξονα συμμετρίας μετατοπισμένο κατά $+Y$ 0.5 μονάδες.

$$\begin{aligned} f'_{wood}(\bar{P}) &= T_{(0,0.5,0)} R_{y,\pi/4} S_{(0.2,0.2,0.2)} f_{wood}(\bar{P}) \\ &= f_{wood}(S_{(5,5,5)} R_{y,-\pi/4} T_{(0,-0.5,0)} \bar{P}) \end{aligned}$$



Κλείδωμα Υφής σε Αντικείμενα

- Η υφή πρέπει να ακολουθεί τους μετασχηματισμούς ενός αντικειμένου ώστε αυτό να διατηρεί τη συνεκτικότητα και τη στερεή του όψη:
 - Πρέπει να εφαρμόζουμε στην υφή τους ίδιους μετασχηματισμούς M_{obj} που εφαρμόζουμε και στο αντικείμενο

$$\begin{aligned}M_{obj}(M_{tex}\Phi_{tex}(\bar{P})) &= M_{obj}M_{tex}\Phi_{tex}(\bar{P}) \\ &= \Phi_{tex}\left((M_{obj}M_{tex})^{-1}\bar{P}\right) \\ &= \Phi_{tex}\left(M_{tex}^{-1}M_{obj}^{-1}\bar{P}\right)\end{aligned}$$

όπου M_{tex} ο μετασχηματισμός υφής, πριν την αλλαγή της γεωμετρίας του αντικειμένου.

- » Ουσιαστικά επιστρέφουμε όλα τα σημεία του αντικειμένου στην αρχική τους θέση με τον M_{obj}^{-1} και μετά υπολογίζουμε την υφή όπως πριν.
- Παράδειγμα: στο προηγούμενο παράδειγμα (κύβος ξύλου) προσθέτουμε τον εξής M_{obj} :

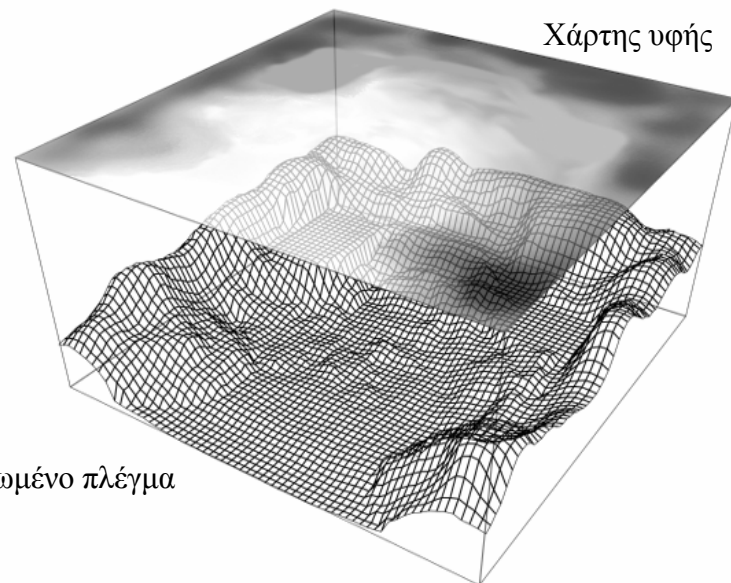
- » Κεντράρισμα κύβου στο \bar{O} δηλ. $T_{-0.5,-0.5,-0.5}$

- » Στροφή γύρω από X κατά 90° δηλ. $R_{x,\pi/2}$

$$\begin{aligned}f'_{wood}(\bar{P}) &= f_{wood}\left(M_{tex}^{-1}M_{obj}^{-1}\bar{P}\right) \\ &= f_{wood}\left(S_{(5,5,5)}R_{y,-\pi/4}T_{(0,-0.5,0)}T_{(0.5,0.5,0.5)}R_{x,-\pi/2}\bar{P}\right)\end{aligned}$$

Αναπαράσταση Αναγλύφου

- Χρησιμοποιεί παρόμοιες τεχνικές με την αναπαράσταση υψής.
- Απλούστερη (αλλά ακριβή) τεχνική είναι η κατάλληλη παραμόρφωση του πολυγωνικού μοντέλου (ή πλέγματος σημείων):
 - Ποσό μετατόπισης κάθε κορυφής εξαρτάται από έναν υψομετρικό χάρτη (χάρτης υψής)



- Απαιτεί μεγάλο αριθμό πολυγώνων (ίσως επιπλέον αρχικού μοντέλου).
- Επεμβαίνει στην αρχική τοπολογία του μοντέλου.
- Κατάλληλη για εφαρμογές scientific visualization αλλά όχι για πολλά αντικείμενα ή μεγάλη λεπτομέρεια.

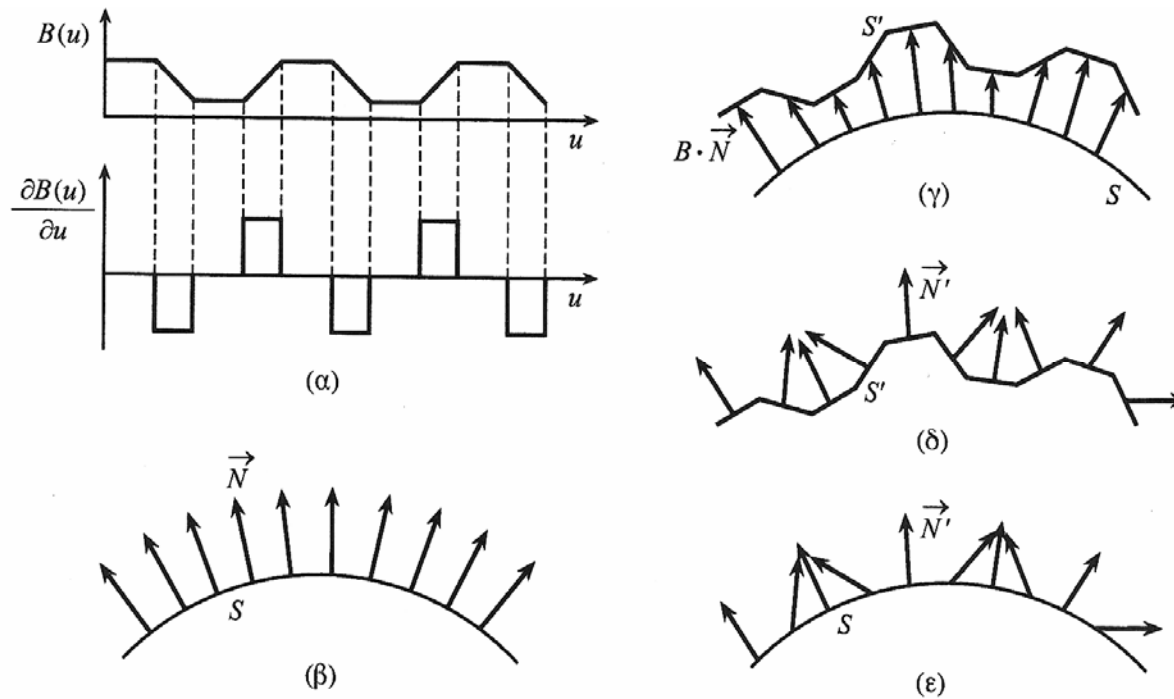
Αναπαράσταση Αναγλύφου

- Displacement Mapping:
 - Ανάγλυφο απεικονίζεται κατά την παράσταση στην οθόνη και όχι κατά την μοντελοποίηση.
 - Εστω $\vec{S}(u, v)$ η διανυσματική παραμετρική παράσταση της επιφάνειας και \vec{N} το κανονικό διάνυσμα στη θέση (u, v) .
 - Εστω $B(u, v)$ η τιμή του χάρτη αναγλύφου στην ίδια θέση (u, v) .
 - Υπολογίζουμε τη νέα θέση $\vec{S}'(u, v)$ και το νέο κανονικό διάνυσμα \vec{N}'

$$\vec{S}'(u, v) = \vec{S}(u, v) + B(u, v) \cdot \vec{N}$$

$$\vec{N}' = \frac{\partial \vec{S}'(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{S}'(u, v)}{\partial v}$$

Αναπαράσταση Αναγλύφου



- (α) 1Δ παράδειγμα χάρτη αναγλύφου και παράγωγος του
 (β) Αρχικά S και \vec{N}
 (γ),(δ) S' και \vec{N}' με displacement mapping
 (ε) \vec{N}' με bump mapping (το S δεν μεταβάλλεται)

Αναπαράσταση Αναγλύφου

- Bump Mapping:
 - Σκίαση εξαρτάται κυρίως από το \vec{N} .
 - Το bump mapping υπολογίζει αποτελεσματικά το \vec{N} και αγνοεί S (προηγούμενο σχήμα)

$$\vec{N}' = \frac{\partial \vec{S}'(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{S}'(u, v)}{\partial v}$$

$$\frac{\partial \vec{S}'(u, v)}{\partial u} = \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial u} + B_u \vec{N} + B(u, v) \frac{\partial \vec{N}}{\partial u}$$

$$\frac{\partial \vec{S}'(u, v)}{\partial v} = \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial v} + B_v \vec{N} + B(u, v) \frac{\partial \vec{N}}{\partial v}$$

όπου B_u, B_v οι παράγωγοι κατά u και v του χάρτη αναγλύφου $B(u, v)$.

Αναπαράσταση Αναγλύφου

- Bump Mapping:
 - Καθώς οι διαταραχές του \vec{N} είναι μικρές ως προς το μέγεθος της επιφάνειας

μηδενίζουμε τα $\frac{\partial \vec{N}}{\partial u}$ και $\frac{\partial \vec{N}}{\partial v}$

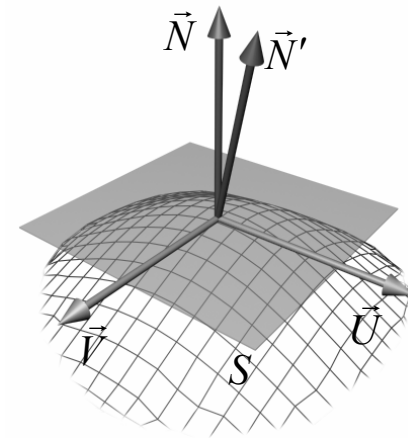
$$\vec{N}' = \left(\frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial u} + B_u \vec{N} \right) \times \left(\frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial v} + B_v \vec{N} \right) = \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial v} + \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial u} \times B_v \vec{N} + B_u \vec{N} \times \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial v} + B_u B_v (\vec{N} \times \vec{N})$$

- Όμως $\frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial v} = \vec{N}$ και $\vec{N} \times \vec{N} = \vec{0}$ οπότε

$$\vec{N}' = \vec{N} + B_u \vec{N} \times \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial v} - B_v \vec{N} \times \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial u}$$

$$\vec{V} = \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial v}$$

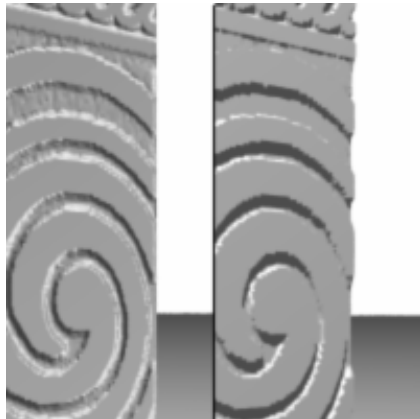
$$\vec{U} = \frac{\partial \vec{S}(u, v)}{\partial u}$$



Αναπαράσταση Αναγλύφου

- Bump Mapping
 - Ομως το \vec{N} είναι κάθετο στα $\vec{U} = \frac{\partial \vec{S}(u,v)}{\partial u}$ και $\vec{V} = \frac{\partial \vec{S}(u,v)}{\partial v}$ οπότε
$$\vec{N}' = \vec{N} - B_u \vec{U} - B_v \vec{V}$$
θεωρώντας τα \vec{N}, \vec{U} και \vec{V} μοναδιαία.
 - Τα όρια αντικειμένων φαίνονται επίπεδα με bump mapping.

bump
mapping

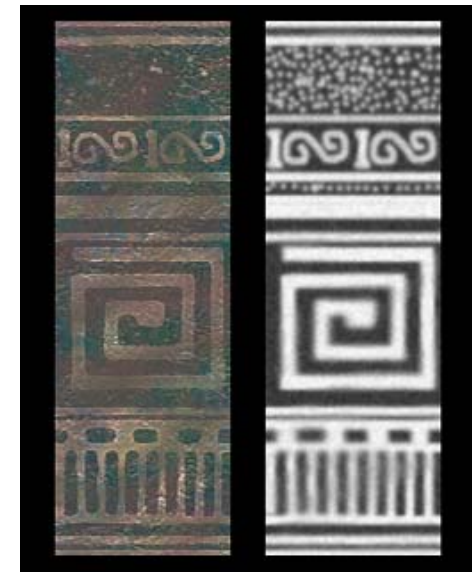


displacement
mapping



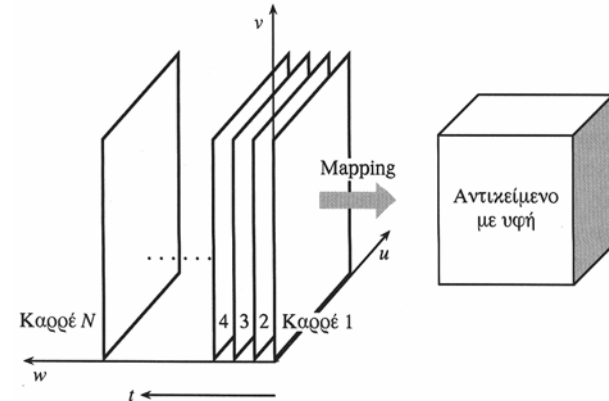
Χάρτης υφής

Χάρτης αναγλύφου



Χρονικά Μεταβαλλόμενη Υφή

- Animation: συχνά απαιτεί αλλαγή χρώματος ή αναγλύφου επιφάνειας αντικειμένου
 - Π.χ. υφή φωτιάς ή ρευστών αντικειμένων.
- Στο image-mapping χρησιμοποιούμε πολλαπλούς χάρτες υφής:



- Η επιλογή χάρτη υφής γίνεται από μια νέα παράμετρο χρόνου:

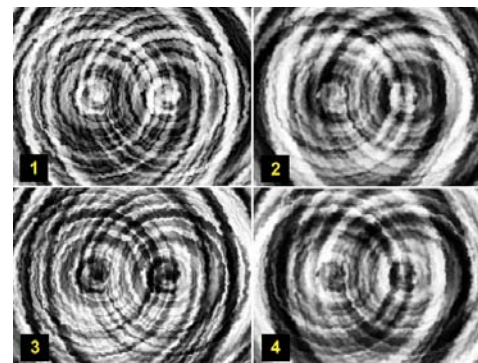
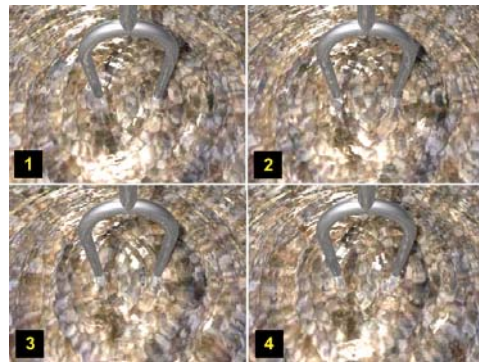
$$(u, v, w) = \Phi_{animated\ texture}(x, y, z, t)$$

- Που συνήθως δίνεται σαν 2 χωριστές σχέσεις:

$$\left. \begin{aligned} (u, v) &= \Phi_{image-mapping}(x, y, z) \\ w &= at + \beta - \lfloor at + \beta \rfloor \end{aligned} \right\}$$

όπου a η ταχύτητα μεταβολής υφής και β το offset από την αρχή για την έναρξη.

4 καρέ animation χρονικά μεταβαλλόμενης υφής



Τα 4 bump-maps που χρησιμοποιήθηκαν

Χρονικά Μεταβαλλόμενη Υφή

- Στη συναρτησιακή υφή συχνά εισάγουμε μια χρονικά εξαρτώμενη κυκλική ολίσθηση στην έξοδο μιας περιοδικής γεννήτριας συνάρτησης

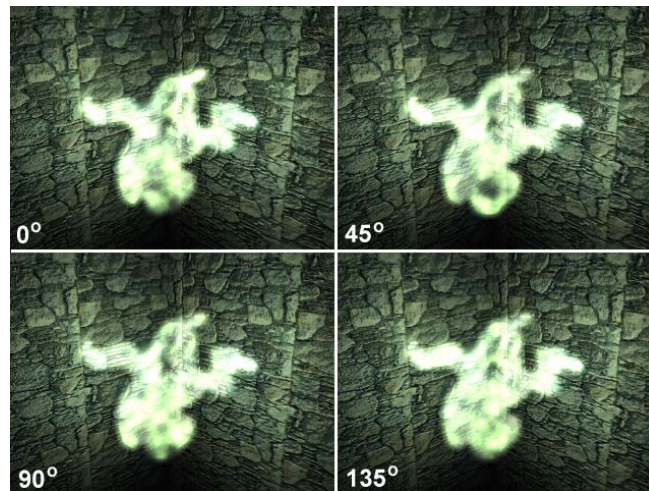
$$\left. \begin{aligned} c &= f_{tex}(x, y, z) \\ f'_{tex}(x, y, z) &= \varphi(t) + c - \lfloor \varphi(t) + c \rfloor \end{aligned} \right\}$$

όπου c ο δείκτης χρώματος, $\varphi(t)$ η χρονικά εξαρτημένη συνάρτηση ολίσθησης
 $f_{tex}, \varphi(t), f'_{tex} \in [0.0, 1.0]$

- Π.χ. φαντασματάκι με κυκλική ολίσθηση συνάρτησης μαρμάρου

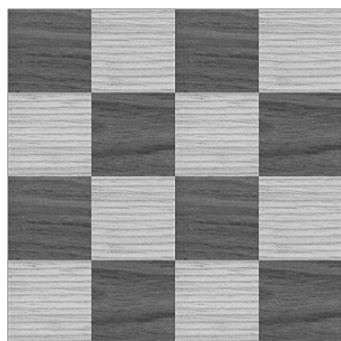
$$f_{marble} = \sin(2\pi x + 2\pi a \cdot f_{turb}(\bar{P}) + \kappa t)$$

όπου $u \cdot t$ ο χρονικά εξαρτημένος όρος ολίσθησης:

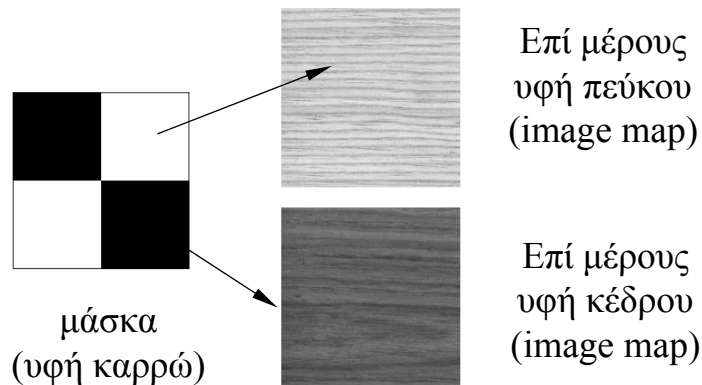


Ιεραρχική Υφή

- Δένδρο με κόμβους συναρτήσεις υφής ή χάρτες υφής: οι εσωτερικοί κόμβοι επιλέγουν στο επόμενο επίπεδο υφής αντί για χρώμα / ανάγλυφο
 - Δυνατότητα δημιουργίας πολύπλοκων μορφών υφής / αναγλύφου.
 - Π.χ. σκακιέρα πεύκου / κέδρου με συνάρτηση καρρώ και image maps πεύκου (για $f_{check}=1$) και κέδρου (για $f_{check}=0$).

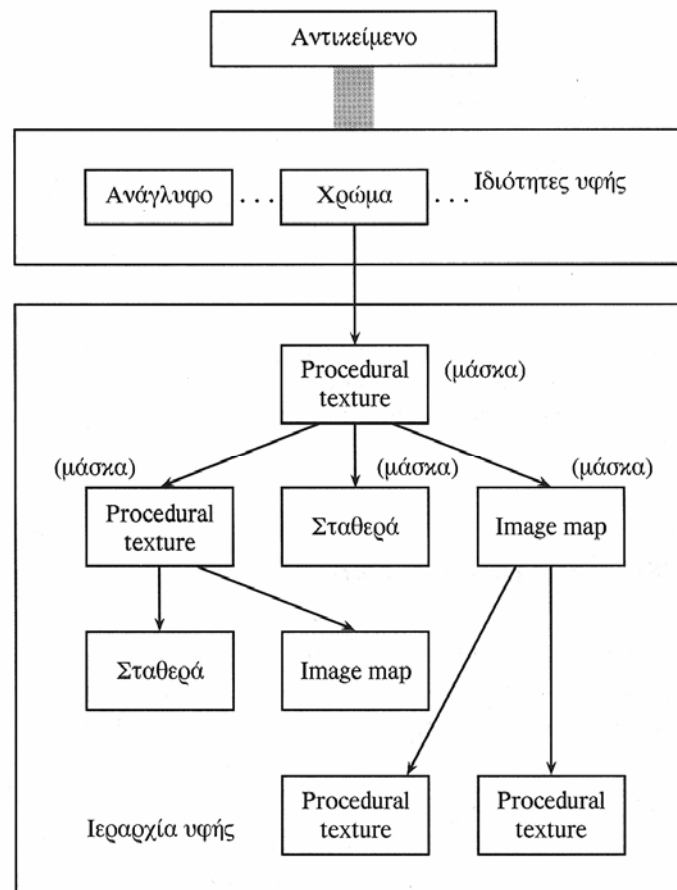


Η σύνθετη υφή της σκακιέρας



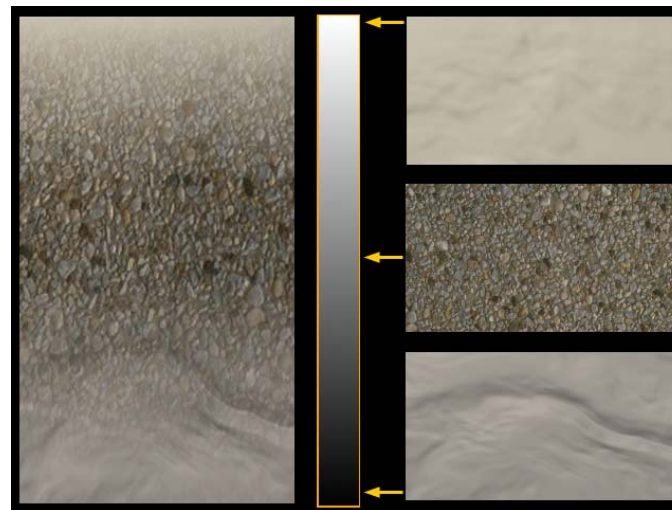
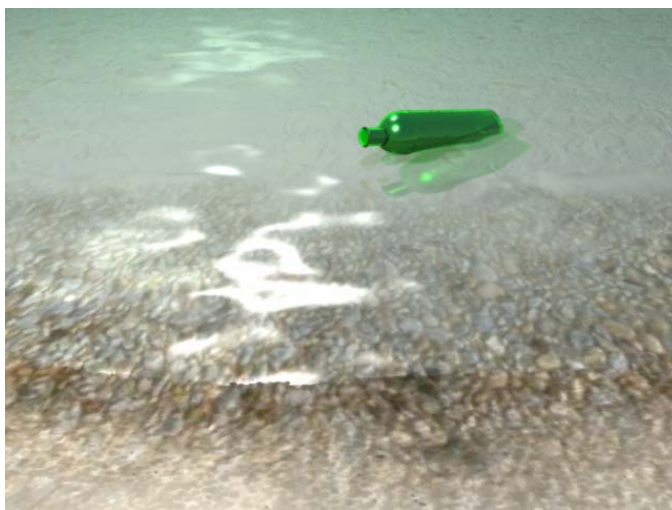
Ιεραρχική Υφή

- Γενική περίπτωση ιεραρχικής υφής
(περιλαμβάνει και σταθερά συνάρτηση $\Phi(x,y,z)=c$)



Ιεραρχική Υφή

- Παράδειγμα: όχθη λίμνης και ιεραρχία υφής που χρησιμοποιήθηκε με μάσκα τύπου ράμπας



Τοπικά Ελεγχόμενη Υφή

- Συχνά, εκτός από έναν γενικό γεωμετρικό μετασχηματισμό, επιθυμούμε πολλαπλούς τοπικούς μετασχηματισμούς ανάλογα με την περιοχή τοποθέτησης της υφής / αναγλύφου πάνω σε ένα αντικείμενο και ομαλή σύνδεση μεταξύ τους:
 - Π.χ. ακριβής προσομοίωση νερών **συγκεκριμένου** αρχαίου μαρμάρινου αγάλματος.
 - Μία λύση είναι η ιεραρχική τοποθέτηση διαφορετικών μετασχηματισμών της ίδιας υφής:
 - » Πολύπλοκες μάσκες.
 - » Μετάβαση από περιοχή σε περιοχή δεν παρεμβάλλει τους γεωμετρικούς μετασχηματισμούς, άρα όχι ομαλή σύνδεση (η μία “σβήνει” μέσα στην άλλη).
 - Καλύτερη λύση είναι η παρεμβολή όλων των χαρακτηριστικών (και γεωμετρικών) μεταξύ σταθερών τιμών που ορίζει ο χρήστης σε σημεία ελέγχου:
 - » Δίνονται τα σημεία ελέγχου \overline{CP}_i , $i = 1 \dots N_{CP}$
 - » Για κάθε σημείο ελέγχου δίνεται το άνυσμα χαρακτηριστικών υφής \vec{A}_i (μορφολογικά + γεωμετρικά χαρακτηριστικά).
 - » Το άνυσμα χαρακτηριστικών \vec{A}_p σε ένα τυχαίο σημείο \overline{P} υπολογίζεται με παρεμβολή από τα σημεία ελέγχου.
 - » Αν d_i η Ευκλείδεια απόσταση του \overline{P} από το \overline{CP}_i , χρησιμοποιούμε σαν “βάρος” του \vec{A}_i το: $f_i(\overline{P}) = \frac{1}{1 + d_i^{2k}}$ όπου το k καθορίζει την τοπικότητα του ελέγχου.
 - » Ισχύει $f_i(\overline{CP}_i) = 1$ και $f_i(\overline{CP}_i) > f_i(\overline{P}), \forall \overline{P} \neq \overline{CP}_i$

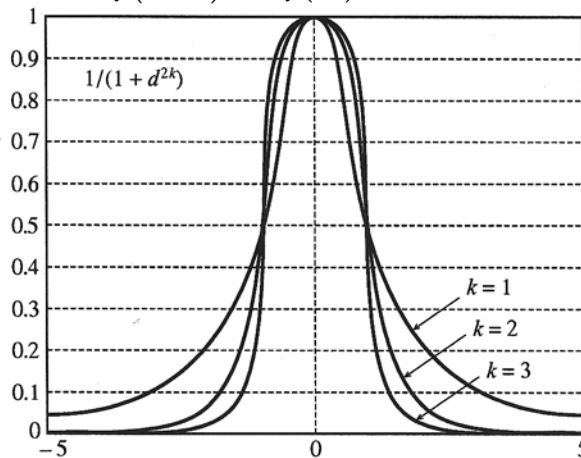
Τοπικά Ελεγχόμενη Υφή

- Καλύτερη λύση είναι η παρεμβολή όλων των χαρακτηριστικών (και γεωμετρικών) μεταξύ σταθερών τιμών που ορίζει ο χρήστης σε σημεία ελέγχου:
 - » Δίνονται τα σημεία ελέγχου \overline{CP}_i , $i = 1 \dots N_{CP}$
 - » Για κάθε σημείο ελέγχου δίνεται το άνυσμα χαρακτηριστικών υφής \vec{A}_i (μορφολογικά + γεωμετρικά χαρακτηριστικά).
 - » Το άνυσμα χαρακτηριστικών \vec{A}_p σε ένα τυχαίο σημείο \overline{P} υπολογίζεται με παρεμβολή από τα σημεία ελέγχου.

- » Αν d_i η Ευκλείδεια απόσταση του \overline{P} από το \overline{CP}_i , χρησιμοποιούμε σαν “βάρος” του \vec{A}_i το:
$$f_i(\overline{P}) = \frac{1}{1 + d_i^{2k}}$$

όπου το k καθορίζει την τοπικότητα του ελέγχου.

- » Ισχύει $f_i(\overline{CP}_i) = 1$ και $f_i(\overline{CP}_i) > f_i(\overline{P}), \forall \overline{P} \neq \overline{CP}_i$

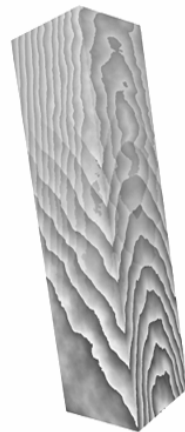


Τοπικά Ελεγχόμενη Υφή

- Υπολογισμός διανύσματος χαρακτηριστικών \vec{A}_p σε τυχαίο σημείο \bar{P} :

$$\vec{A}_p = \frac{\sum_{i=1}^{N_{cp}} \vec{A}_i f_i(\bar{P})}{\sum_{j=1}^{N_{cp}} f_j(\bar{P})}$$

- Η τιμή υφής στο \bar{P} υπολογίζεται στη συνέχεια κανονικά $\Phi_{tex}(M_{texA}^{-1} M_{obj}^{-1} \bar{P})$ όπου M_{texA} τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του \vec{A}_p
- Παράδειγμα τοπικά ελεγχόμενης υφής ξύλου:



ιεραρχική



παρεμβολή 2 σημείων ελέγχου