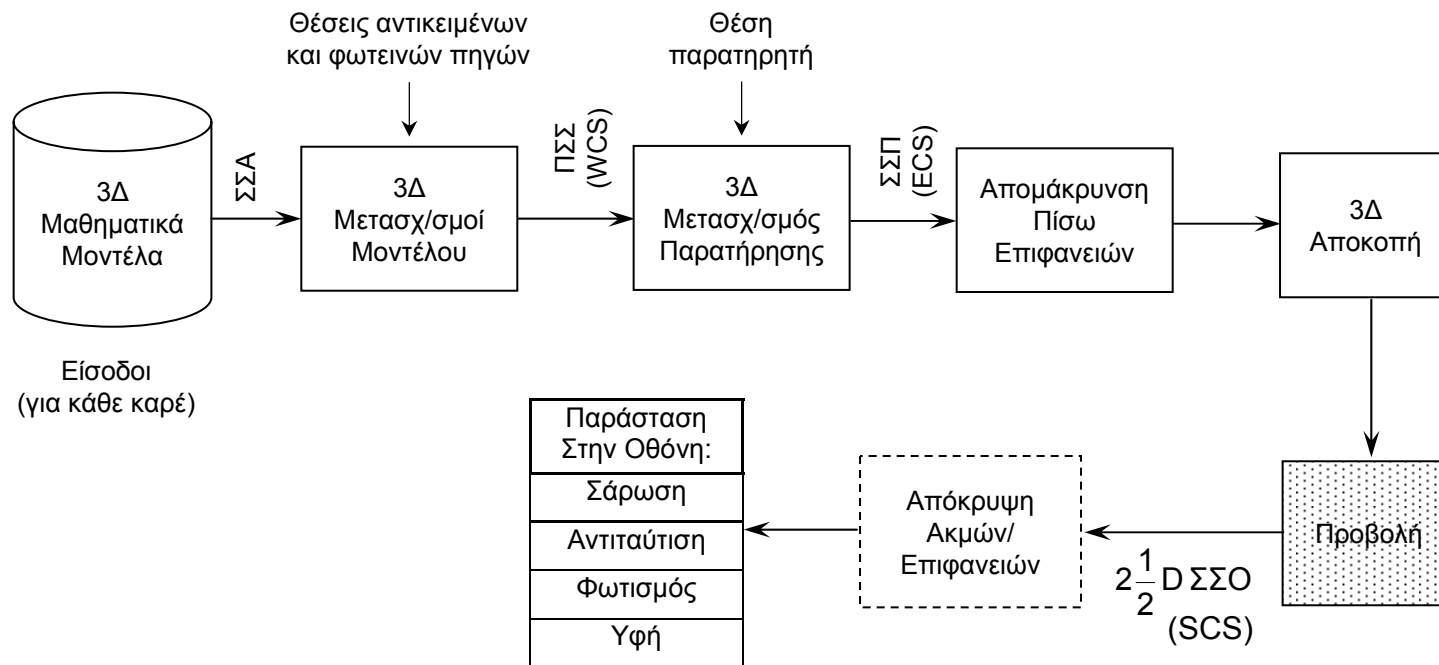


Προβολές

- Απαραίτητες αφού 3D αντικείμενα απεικονίζονται σε 2D συσκευές.

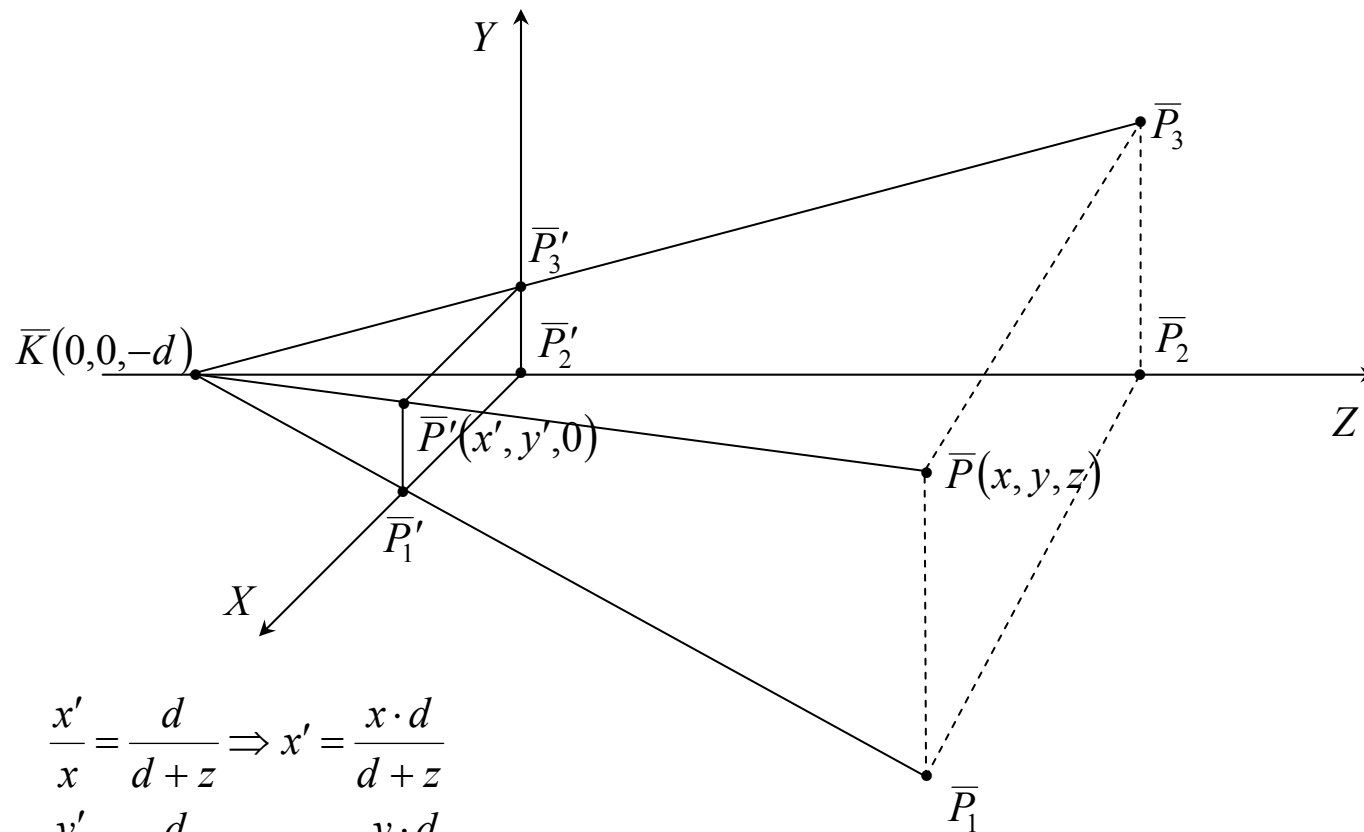


Προβολές

- Προοπτική: πεπερασμένη απόσταση κέντρου προβολής από επίπεδο προβολής.
- Παράλληλη: άπειρη απόσταση κέντρου προβολής από επίπεδο προβολής.
- Ιδιότητες προβολών:
 - Ευθείες προβάλλονται σε ευθείες.
 - Αποστάσεις αλλάζουν (γενικά).
 - 3D παράλληλες ευθείες, μη παράλληλες με επίπεδο προβολής, δεν προβάλλονται σε παράλληλες ευθείες.
 - Γωνία μεταξύ ευθειών αλλάζει, εκτός αν επίπεδο γωνίας παράλληλο με επίπεδο προβολής.

Προοπτική Προβολή

- Έστω προβολή στο επίπεδο XY με κέντρο προβολής $\bar{K}(0,0,-d)$



$$\frac{x'}{x} = \frac{d}{d+z} \Rightarrow x' = \frac{x \cdot d}{d+z}$$
$$\frac{y'}{y} = \frac{d}{d+z} \Rightarrow y' = \frac{y \cdot d}{d+z}$$

Προοπτική Προβολή

- Δεν είναι γραμμικός μετασχηματισμός (διαίρεση με z).
 - Δεν μπορεί να δοθεί με μορφή πίνακα.
 - Ωστόσο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε μεταβολή του w .

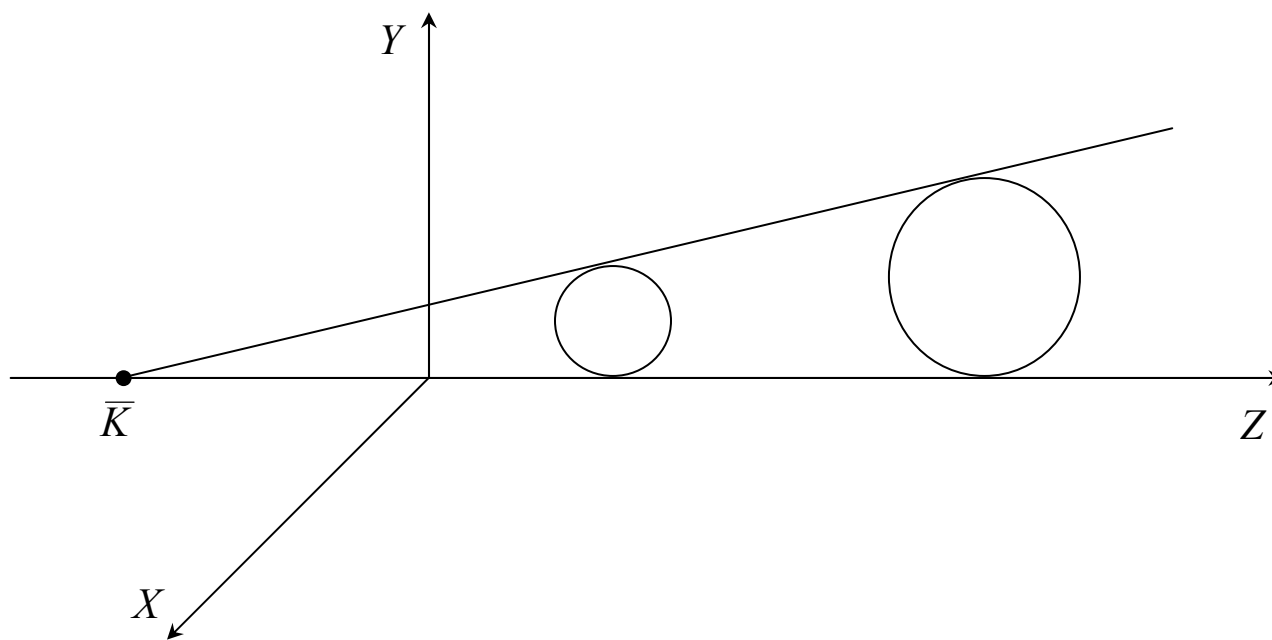
$$P_{pers} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = P_{pers} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \cdot d \\ y \cdot d \\ 0 \\ z + d \end{bmatrix}$$

- Ακολουθεί διαίρεση με w (αφού πρέπει $w=1$)

$$\bar{P}' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} / w' = \begin{bmatrix} \frac{x \cdot d}{z + d} \\ \frac{y \cdot d}{z + d} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

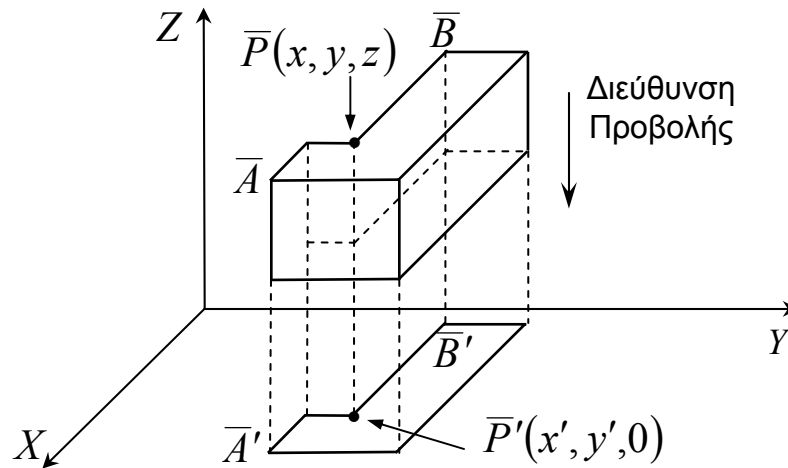
Προοπτική Προβολή

- Χαρακτηριστικό: κεντρική σμίκρυνση (όπως το ανθρώπινο μάτι).



Παράλληλη Προβολή

- Κέντρο προβολής στο άπειρο, δίνεται κατεύθυνση προβολής.
 - Διατηρεί αποστάσεις, χρήσιμο στοιχείο π.χ. στην αρχιτεκτονική.
- Ορθογώνια παράλληλη προβολή: πάνω σε ένα από τα βασικά επίπεδα με κάθετες ακτίνες προβολής.

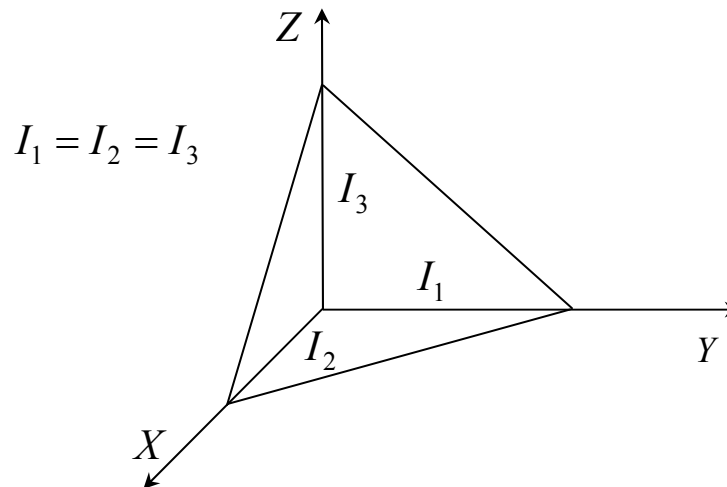


- Πίνακας μετασχηματισμού για ορθογώνια π.χ. στο XY

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

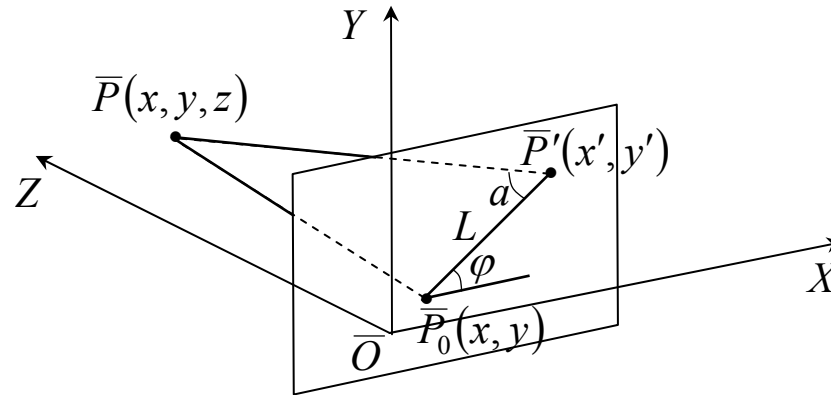
Παράλληλη Προβολή

- Παράλληλες προβολές διακρίνονται σε:
 - Ορθογραφικές: ακτίνες προβολής κάθετες στο επίπεδο προβολής.
 - Πλάγιες: ακτίνες όχι κάθετες.
- Ορθογραφικές διακρίνονται σε:
 - Ορθογώνιες: ακτίνες προβολής παράλληλες με X , Y ή Z .
 - Αξονομετρικές: μη ορθογώνιες.
 - Ισομετρικές: ακτίνες προβολής παράλληλες με κύρια διαγώνιο χώρου.



Πλάγια Παράλληλη Προβολή

- Χαρακτηρίζεται από γωνίες α και φ .



$$x' = x + L \cdot \cos \varphi$$

$$y' = y + L \cdot \sin \varphi$$

$$\text{με } L = \overline{P'P_0}$$

– Αλλά $\tan \alpha = \frac{z}{L} \Leftrightarrow L = z \cdot c$ όπου $c = \frac{1}{\tan \alpha}$

- Πίνακας πλάγιας παράλληλης προβολής

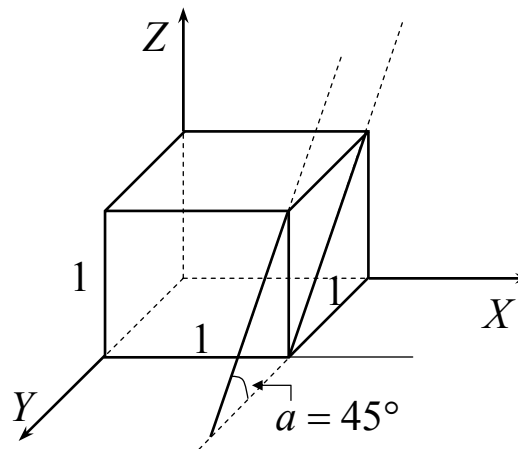
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & c \cos \varphi & 0 \\ 0 & 1 & c \sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Πλάγια Παράλληλη Προβολή

- Ειδικές περιπτώσεις.
 - Cavalier ($a = 45^\circ \Rightarrow c = 1$)

$$P_{Cav} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Ευθείες κάθετες στο επίπεδο προβολής δεν μεταβάλλουν το μήκος τους.

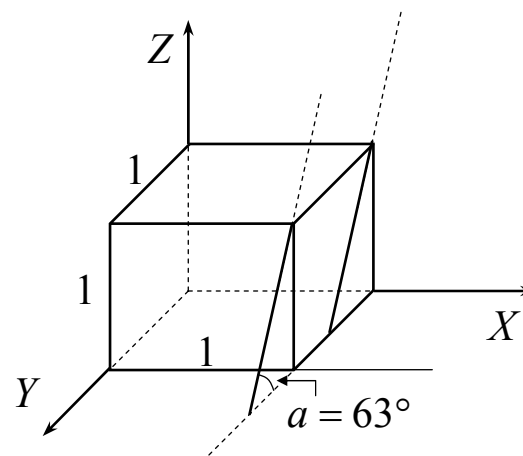


Πλάγια Παράλληλη Προβολή

- Ειδικές περιπτώσεις.
 - Cabinet ($a = 63^\circ$, $\varphi = 30^\circ \Rightarrow c = 1/2$)

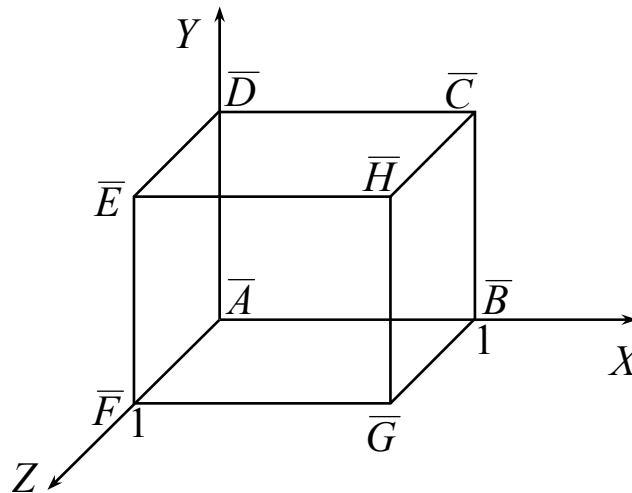
$$P_{Cab} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{4} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Ευθείες κάθετες στο επίπεδο προβολής μικραίνουν κατά 1/2



Πλάγια Παράλληλη Προβολή

- Εφαρμογή: Cavalier & Cabinet προβολή μοναδιαίου κύβου.

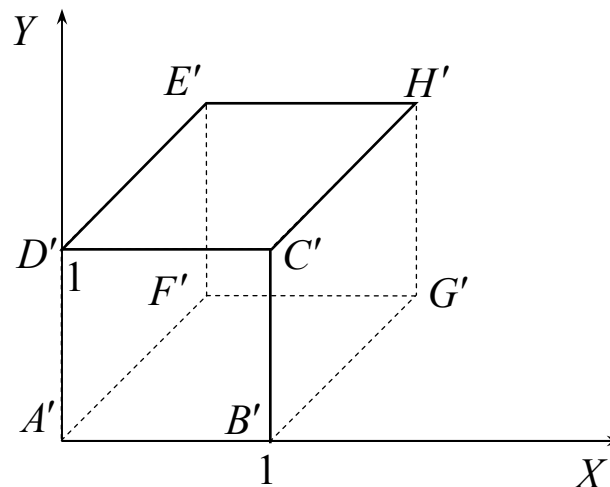


$$V = (ABCDEFGH) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Πλάγια Παράλληλη Προβολή

- Εφαρμογή: Cavalier προβολή.

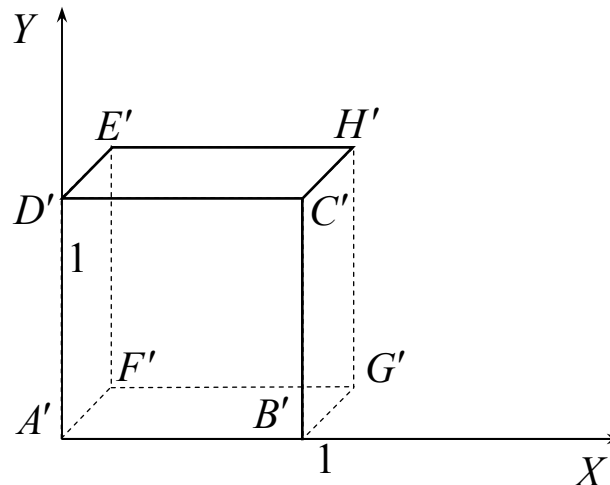
$$V' = P_{Cav} \cdot V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Πλάγια Παράλληλη Προβολή

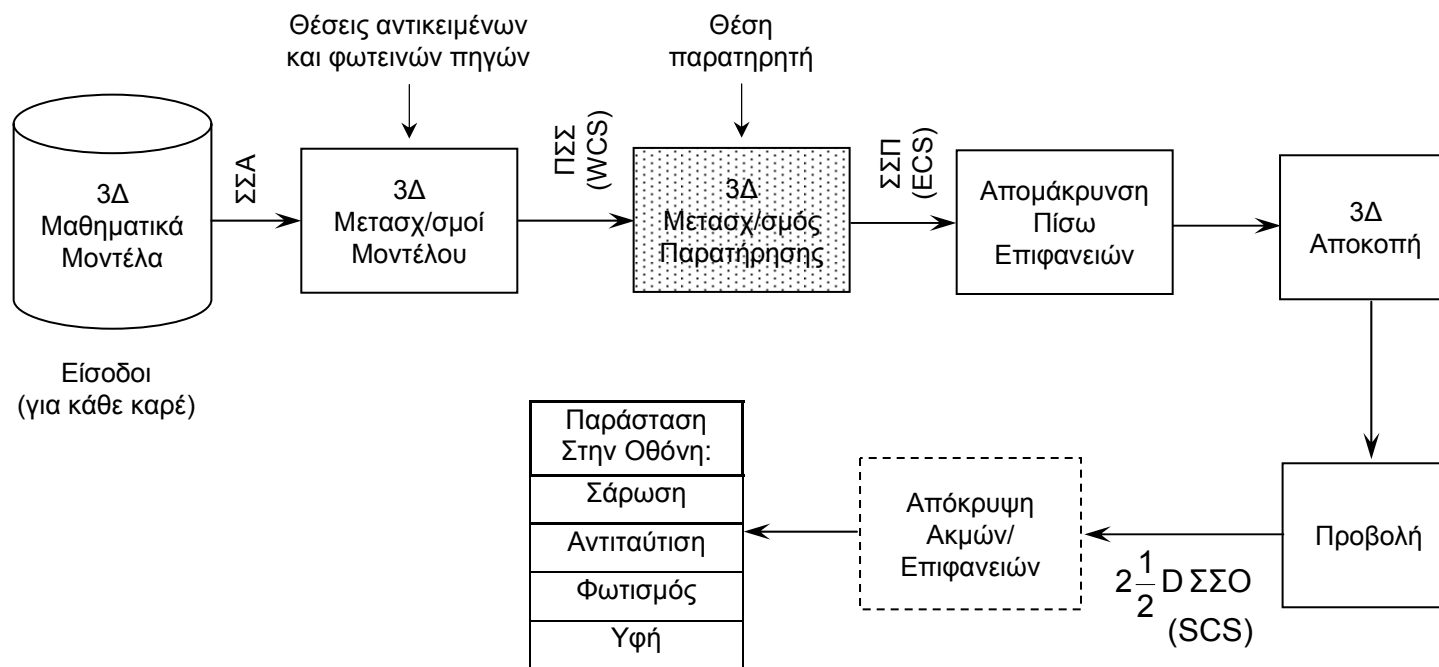
- Εφαρμογή: Cabinet προβολή.

$$V' = P_{Cab} \cdot V = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{4} & \frac{\sqrt{3}}{4} & 1 + \frac{\sqrt{3}}{4} & 1 + \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 + \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 1 + \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Μετασχηματισμός Παρατήρησης

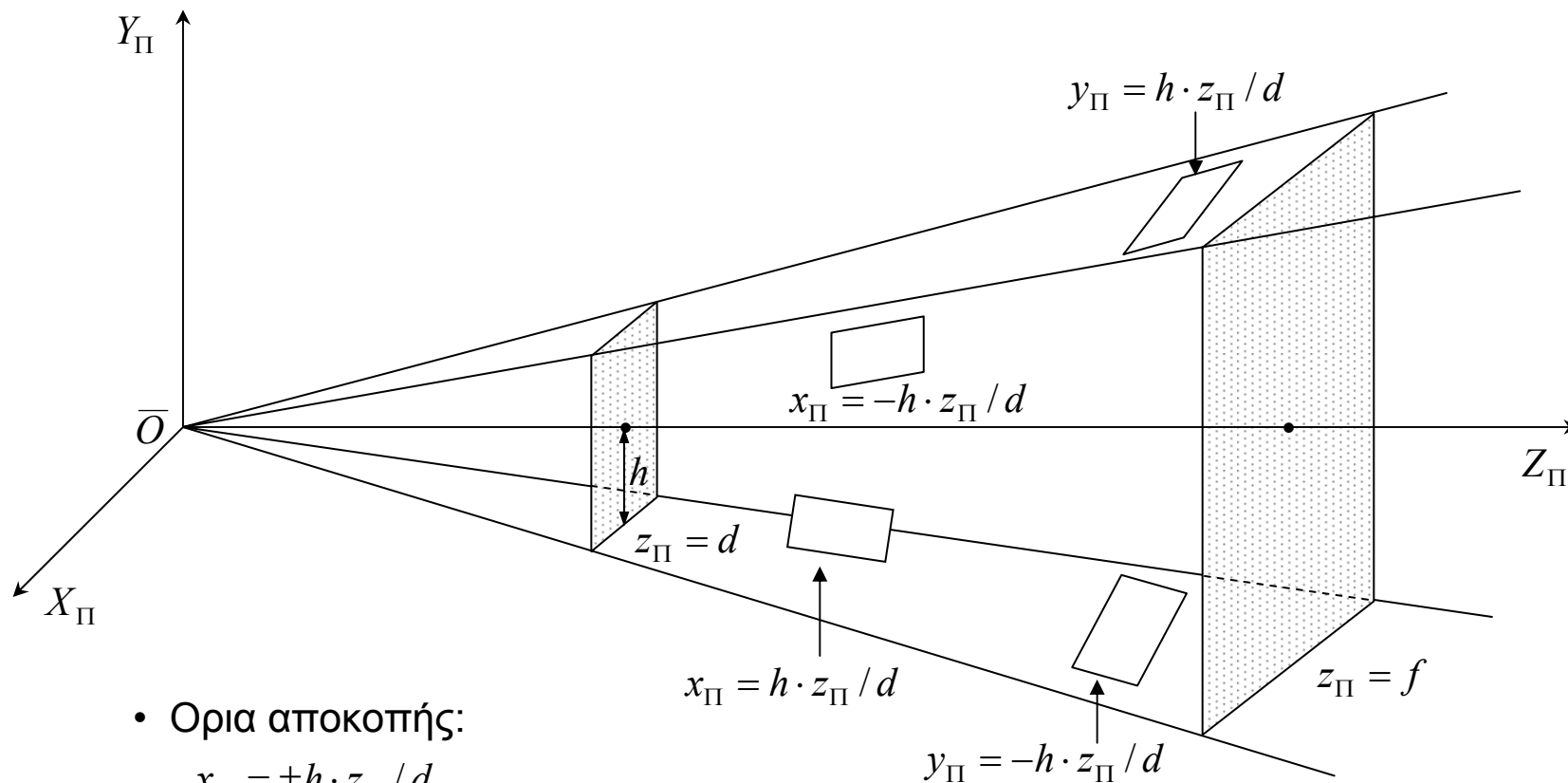
- Παγκόσμιο Σύστημα Συντεταγμένων → Σύστημα Συντεταγμένων Παρατηρητή.
 - Σύνθεση βασικών μετασχηματισμών.
 - Καθορίζει όρια αποκοπής & παραμέτρους προβολής
 - Θα εξετάσουμε ΜΠ I και ΜΠ II



Μετασχηματισμός Παρατήρησης I

- ΜΠ I χρησιμοποιεί προοπτική προβολή και καθορίζεται από:
 - α. Σημείο παρατήρησης \bar{O}
 - β. 2 ανύσματα για Y_{Π} και Z_{Π} (αριστερόστροφο).
- ΠΣΣ \rightarrow ΣΣΠ βήματα:
 1. Μεταφορά \bar{O} στην αρχή ΠΣΣ.
 2. Στροφές γύρω από X , Y και Z του ΠΣΣ ώστε να ταυτισθούν με αντίστοιχους ΣΣΠ.
 3. Αποκοπή.
 4. Προοπτική Προβολή.
- Χρησιμοποιούνται 3 ακόμα παράμετροι για καθορισμό ορίων αποκοπής:
 - γ. Μέγεθος παραθύρου προβολής $2h$.
 - δ. Απόσταση d εμπροσθεν επιπέδου αποκοπής από \bar{O} (κάθετο στον Z_{Π}).
 - ε. Απόσταση f όπισθεν επιπέδου αποκοπής από \bar{O} (κάθετο στον Z_{Π}).

Μετασχηματισμός Παρατήρησης I



- Ορια αποκοπής:

$$x_{\Pi} = \pm h \cdot z_{\Pi} / d$$

$$y_{\Pi} = \pm h \cdot z_{\Pi} / d$$

$$z_{\Pi} = d$$

$$z_{\Pi} = f$$

Μετασχηματισμός Παρατήρησης I

- Χαρακτηριστικά ΜΠ I:
 - Επίπεδο προβολής ταυτόσημο με έμπροσθεν επίπεδο αποκοπής $z_{II}=d$.
 - Κέντρο προβολής ταυτόσημο με σημείο παρατήρησης.
 - Προοπτική προβολή.
 - Τετράγωνο παράθυρο, συμμετρικό ως προς Z_{II} .
- Πληροφορία z διατηρείται κατά την προβολή για 2 λόγους:
 - 3Δ αποκοπή ευκολότερη σαν ενδιάμεσο στάδιο της προβολής.
 - Απόκρυψη απαιτεί z πληροφορία.

Προβολή στον ΜΠ Ι

$$x_o = \frac{d \cdot x_{\Pi}}{h \cdot z_{\Pi}} \quad -1 \leq x_o \leq 1$$

$$y_o = \frac{d \cdot y_{\Pi}}{h \cdot z_{\Pi}} \quad -1 \leq y_o \leq 1$$

- Μετασχηματισμός Z πρέπει να πληρεί:
 - Ευθείες ΣΣΠ → ευθείες ΣΣΟ.
 - Επίπεδα ΣΣΠ → επίπεδα ΣΣΟ.
 - Κανονικοποιημένες τιμές z_o .
- $z_o = A + B/z_{\Pi}$ είναι ΟΚ, με περιορισμούς:
 1. $B < 0$, ώστε αύξηση $z_{\Pi} \Rightarrow$ αύξηση z_o .
 2. $z_{\Pi} \in [d, f] \Rightarrow z_o \in [0, 1]$
- 2 εξισώσεις με 2 αγνώστους:
$$0 = A + B/d \qquad 1 = A + B/f$$
- Επίλυση με περιορισμό 1. δίνει:
$$A = f/(f-d) \qquad B = -fd/(f-d)$$
- Τελικά:

$$z_o = \frac{f(1 - d/z_{\Pi})}{f - d} \quad 0 \leq z_{\Pi} \leq 1$$

Προβολή στον ΜΠ Ι

- Παραπάνω μετασχηματισμός μπορεί να χωρισθεί σε:
 - Γραμμικό μέρος (πίνακας).

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = P_{\text{ΜΠΙ}} \cdot \begin{bmatrix} x_{\text{Π}} \\ y_{\text{Π}} \\ z_{\text{Π}} \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Με } P_{\text{ΜΠΙ}} = \begin{bmatrix} \frac{d}{h} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f}{f-d} & -\frac{fd}{f-d} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Διαίρεση με ομογενή συντεταγμένη (= $z_{\text{Π}}$)

$$\begin{bmatrix} x_o \\ y_o \\ z_o \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} / w'$$

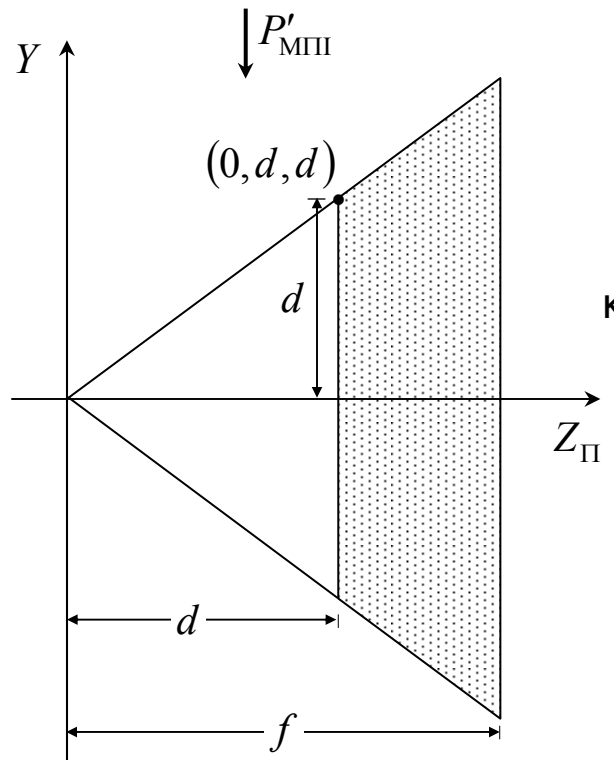
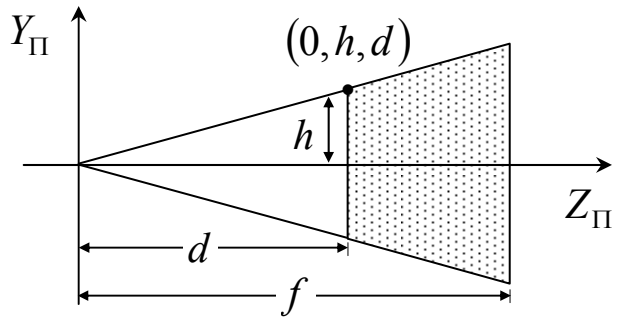
Προβολή στον ΜΠ Ι

- $P_{\text{ΜΠΙ}}$ πιο κατανοητός αν γραφεί:

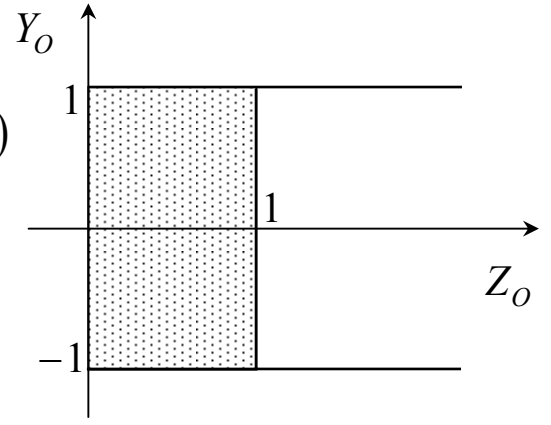
$$P_{\text{ΜΠΙ}} = P''_{\text{ΜΠΙ}} \cdot P'_{\text{ΜΠΙ}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f}{f-d} & -\frac{fd}{f-d} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{d}{h} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{d}{h} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- $P'_{\text{ΜΠΙ}}$ είναι αλλαγή κλίμακας κατά d/h :
 - Πυραμίδα αποκοπής γίνεται κανονική πυραμίδα.
 - π.χ. $[0, h, d, 1] \rightarrow [0, d, d, 1]$
- $P''_{\text{ΜΠΙ}}$ μετατρέπει κανονική πυραμίδα σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο:
 - Εμπροσθεν επίπεδο αποκοπής $z_{\text{II}}=d$ γίνεται XY .
 - Οπισθεν επίπεδο αποκοπής $z_{\text{II}}=f$ γίνεται $z=1$.
 - π.χ. $[0, d, d, 1] \rightarrow [0, d, 0, d]$ δηλ. $[0, 1, 0, 1]$

Προβολή στον ΜΠ Ι



$P''_{ΜΠ}$
 και κανονικοποίηση ($/ w'$)



Αποκοπή στο ΜΠ Ι

- Τιμή w' ορίζει και τα όρια αποκοπής:

$$-w' \leq x' \leq w'$$

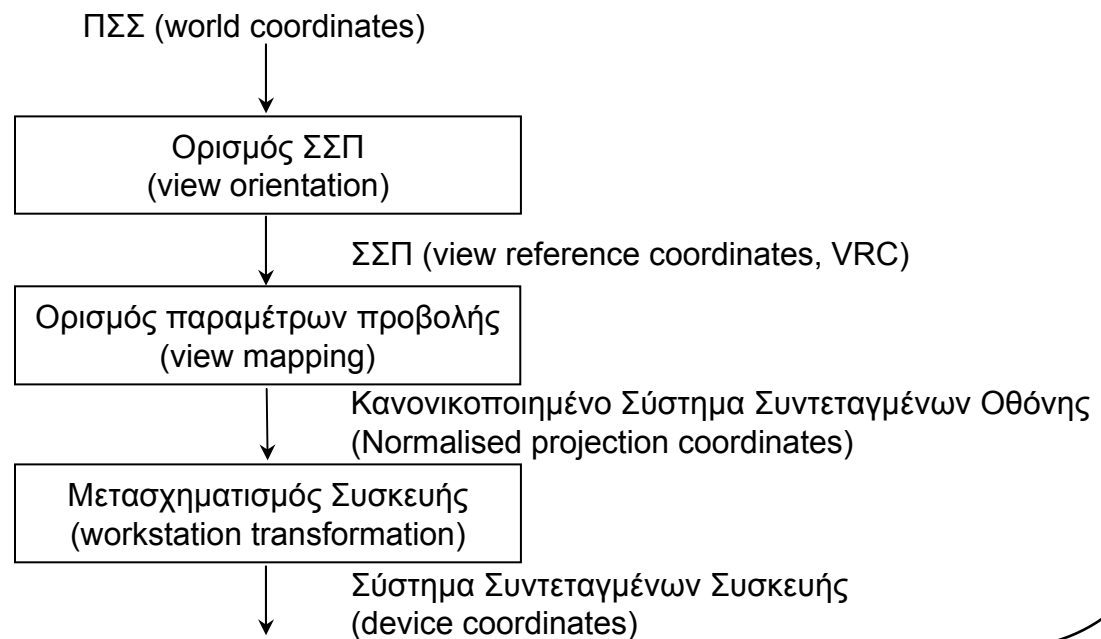
$$-w' \leq y' \leq w'$$

$$0 \leq z' \leq w'$$

- Αποκοπή γίνεται μετά την εφαρμογή P_{MII} αλλά πριν τη διαίρεση με το w'

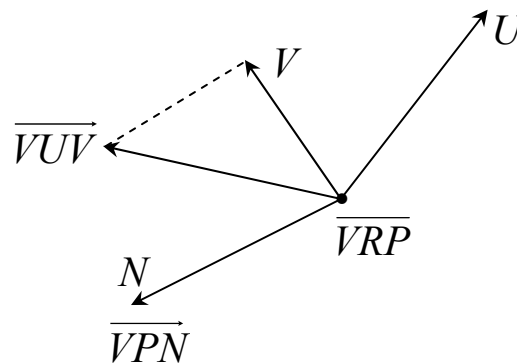
Μετασχηματισμός Παρατήρησης II

- Από PHIGS, GKS-3Δ. Γενικός αλλά δύσχρηστος (πολλές παράμετροι).
- Χαρακτηριστικά:
 - α. Κέντρο ΣΣΠ \overline{VRP} (view reference point) \neq κέντρο προβολής \overline{PRP} (projection reference point). Επιτρέπονται πολλαπλές και διαφορετικές προβολές (προοπτική ή παράλληλη, ορθογώνια ή πλάγια).
 - β. Επίπεδο προβολής και έμπροσθεν επίπεδο αποκοπής μπορεί να διαφέρουν.
 - γ. Παράθυρο προβολής δεν είναι απαραίτητα τεράγωνο και μπορεί να βρίσκεται οπουδήποτε πάνω στο επίπεδο προβολής.



Μετασχηματισμός Παρατήρησης II

- Ορισμός ΣΣΠ (view orientation) με 3 παραμέτρους (δεξιόστροφο):
 - α. Κέντρο ΣΣΠ \overline{VRP}
 - β. Κάθετο άνυσμα στο επίπεδο προβολής \overline{VPN}
 - γ. “Ανω” άνυσμα \overline{VUV} (προβολή \overline{VUV} στο κάθετο επίπεδο στο \overline{VPN} που περνά από \overline{VRP} ορίζει $Y(V)$).



$$\overline{U} = \overline{VUV} \times \overline{VPN}$$

$$\overline{V} = \overline{VPN} \times \overline{U}$$

- Μετατροπή ΠΣΣ \rightarrow ΣΣΠ όπως και στο ΜΠ I

Προοπτική Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

- Ταύτιση δεδομένων με ΜΠ Ι και χρήση αντίστοιχου μετασχηματισμού ΜΠ Ι:

- Ταύτιση \overline{PRP} με \overline{VRP} :

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -PRP_u \\ 0 & 1 & 0 & -PRP_v \\ 0 & 0 & 1 & -PRP_n \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- T εφαρμόζεται στα αντικείμενα της σκηνής και στα σημεία ορισμού παραθύρου:

$$[x_{\min}, y_{\min}, z, 1]^T = T \cdot [u_{\min}, v_{\min}, n, 1]^T$$

$$[x_{\max}, y_{\max}, z, 1]^T = T \cdot [u_{\max}, v_{\max}, n, 1]^T$$

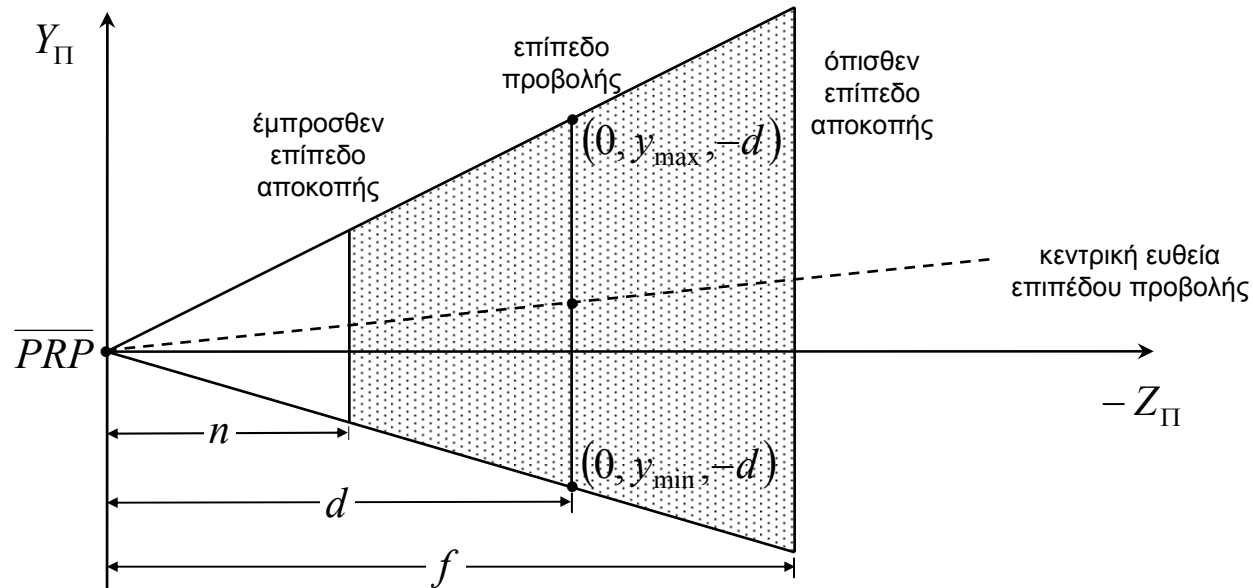
- Μετατροπή $VPD, AEEA, AOEA$. Αν $VPD', AEEA', AOEA'$ προσημασμένα μεγέθη:

$$d = |VPD' - PRP_n|$$

$$n = |AEEA' - PRP_n|$$

$$f = |AOEA' - PRP_n|$$

Προοπτική Προβολή στο ΜΠ II

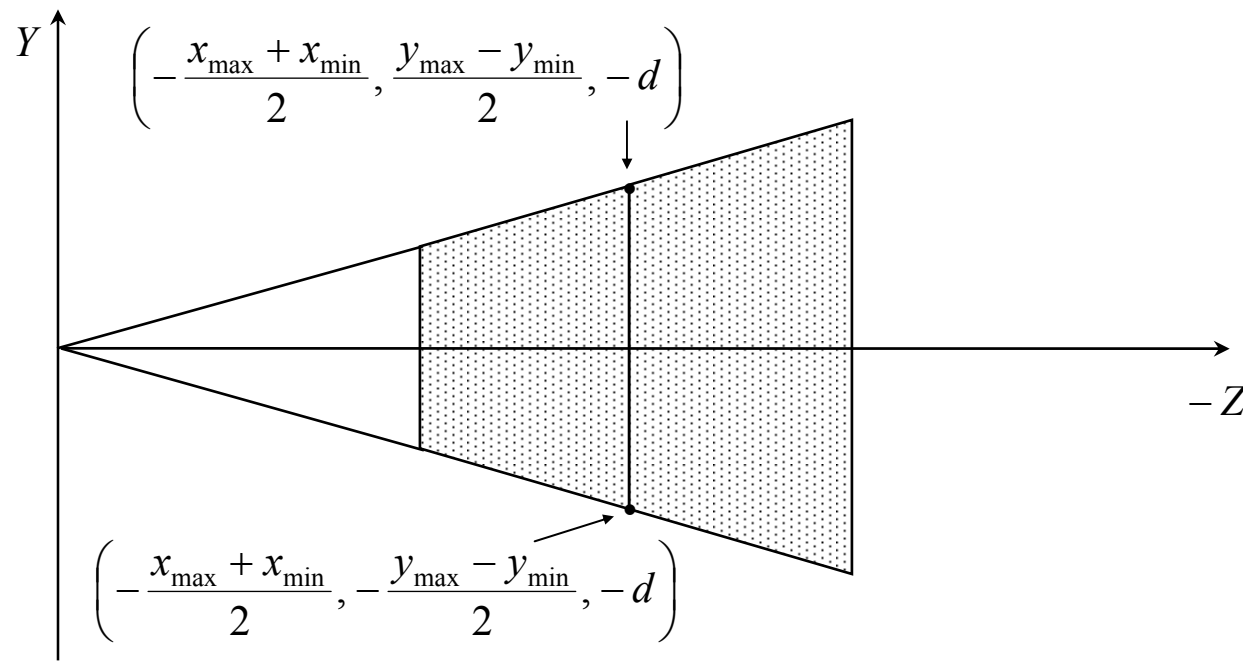


- Διαφορές από ΜΠ I:
 - Δ1. Πυραμίδα δεν είναι συμμετρική ως προς Z_{II} .
 - Δ2. Επίπεδο προβολής δεν ταυτίζεται με έμπροσθεν επίπεδο αποκοπής.
 - Δ3. Z_{II} έχει αντίθετη φορά.
- Η Δ3 δεν επηρεάζει τους μετασχηματισμούς.

Προοπτική Προβολή στο ΜΠ II

- Η Δ1 αντιμετωπίζεται με μια αρχική στρέβλωση των x και y .

$$P_{ΜΠ II}^O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2d} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2d} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Προοπτική Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

- Μετατροπή σε κανονική πυραμίδα (45° πλευρές). Αντίστοιχο $P'_{\text{ΜΠ Ι}}$

$$P'_{\text{ΜΠ ΙΙ}} = \begin{bmatrix} \frac{2d}{x_{\max} - x_{\min}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2d}{y_{\max} - y_{\min}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Π.χ. Μετατροπή κέντρου αρχικού παραθύρου

$$P'_{\text{ΜΠ ΙΙ}} \cdot P_{\text{ΜΠ ΙΙ}}^{\text{Ο}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2} \\ \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} \\ -d \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -d \\ 1 \end{bmatrix}$$

Προοπτική Προβολή στο ΜΠ II

- Μετατροπή σε ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Αντίστοιχο P''_{MPII} ($d \rightarrow n$ λόγω της $\Delta 2$):

$$P''_{MPII} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{f}{f-n} & -\frac{fn}{f-n} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Συνοψίζοντας για προοπτική προβολή στο ΜΠ II:
 - Μετασχηματισμός T για κέντρο \overline{PRP}
 - $P_{MPII} = P''_{MPII} \cdot P'_{MPII} \cdot P^O_{MPII}$
 - (Αποκοπή).
 - Διαίρεση με w .

Παράλληλη Προβολή στο ΜΠ ΙΙ

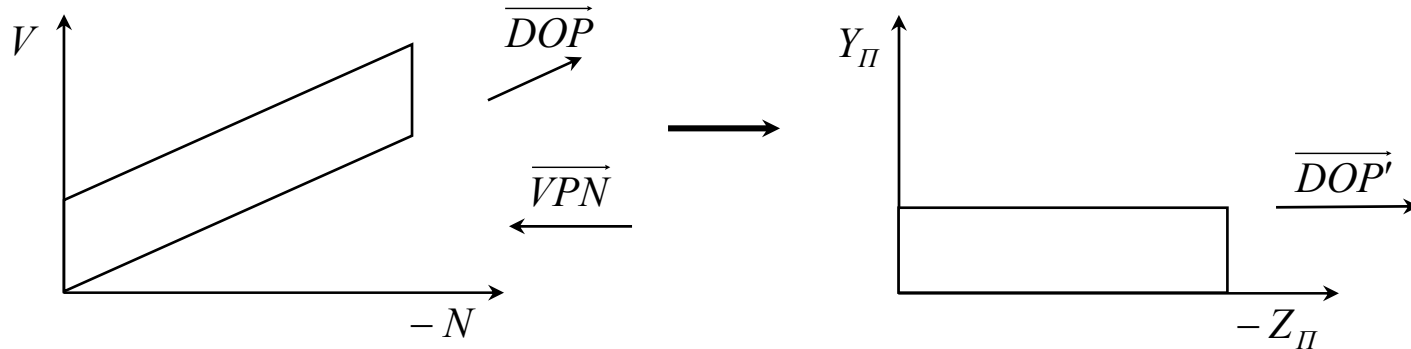
- Υλοποιείται με μετατροπή όγκου αποκοπής στο μοναδιαίο κύβο.
- Διεύθυνση προβολής δίνεται από κέντρο παραθύρου (\overline{CW}) και \overline{PRP} :

$$\begin{aligned}\overline{DOP} &= \overline{CW} - \overline{PRP} \\ &= \left[\frac{u_{\max} + u_{\min}}{2}, \frac{v_{\max} + v_{\min}}{2}, n, 1 \right]^T - [PRP_u, PRP_v, PRP_n, 1]^T \\ &= \left[\frac{u_{\max} + u_{\min}}{2} - PRP_u, \frac{v_{\max} + v_{\min}}{2} - PRP_v, n - PRP_n, 0 \right]^T \\ &= [DOP_u, DOP_v, DOP_n, 0]^T\end{aligned}$$

- Αν $DOP_u \neq 0$ ή $DOP_v \neq 0$ τότε η προβολή είναι πλάγια.

Παράλληλη Προβολή στο ΜΠ II

- Μετατροπή \overline{DOP} ώστε να ταυτισθεί με \overline{VPN}



- Απαιτείται στρέβλωση u και v κατά μήκος N με πίνακα $L'_{ΜΠ II}$

$$\overline{DOP}' = [0, 0, DOP_n, 0]^T = L'_{ΜΠ II} \cdot [DOP_u, DOP_v, DOP_n, 0]^T$$

άρα

$$DOP_u + a \cdot DOP_n = 0 \Rightarrow a = -DOP_u / DOP_n$$

$$DOP_v + \beta \cdot DOP_n = 0 \Rightarrow \beta = -DOP_v / DOP_n$$

Ο πίνακας της στρέβλωσης είναι:

$$L'_{ΜΠ II} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 1 & \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -DOP_u / DOP_n & 0 \\ 0 & 1 & -DOP_v / DOP_n & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

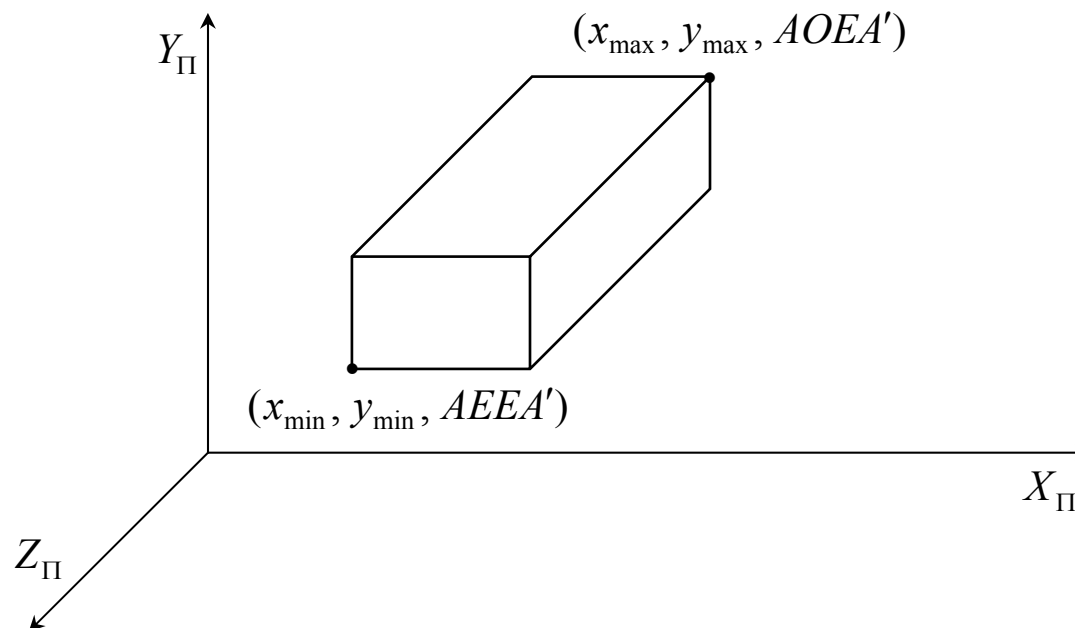
Παράλληλη Προβολή στο ΜΠ II

- Ο $L'_{MΠ II}$ εφαρμόζεται στα αντικείμενα και στις κορυφές του παραθύρου:

$$[x_{\min}, y_{\min}, z, 1]^T = L'_{MΠ II} \cdot [u_{\min}, v_{\min}, n, 1]^T$$

$$[x_{\max}, y_{\max}, z, 1]^T = L'_{MΠ II} \cdot [u_{\max}, v_{\max}, n, 1]^T$$

- Νέος χώρος αποκοπής: ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με πλευρές παράλληλες με επίπεδα XY , YZ και XZ .



Παράλληλη Προβολή στο ΜΠ II

- Μετατροπή ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου στο μοναδιαίο κύβο:

– Μεταφορά:

$$L''_{ΜΠ II} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_{\min} \\ 0 & 1 & 0 & -y_{\min} \\ 0 & 0 & 1 & -AEEA' \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

– Αλλαγή κλίμακας:

$$L'''_{ΜΠ II} = \begin{bmatrix} \frac{1}{x_{\max} - x_{\min}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{y_{\max} - y_{\min}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{AOEA' - AEEA'} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

– Τελικά:

$$L_{ΜΠ II} = L'''_{ΜΠ II} \cdot L''_{ΜΠ II} \cdot L'_{ΜΠ II}$$

Αποκοπή στον ΜΠ II

- Μετά από κανονικοποίηση ($P''_{ΜΠ II}$ ή $L'''_{ΜΠ II}$).
- Ορια αποκοπής:
 - Για την προοπτική προβολή (πριν από διαίρεση με w):
 - $-w \leq x \leq w$
 - $-w \leq y \leq w$
 - $0 \leq z \leq w$
 - Για την παράλληλη προβολή:
 - $0 \leq x \leq 1$
 - $0 \leq y \leq 1$
 - $0 \leq z \leq 1$
- Π.χ. για Cohen-Sutherland χρησιμοποιούμε 6-bit κωδικούς:

	Σημασία για σημείο (x, y, z) με προβολή:	
	Προοπτική	Παράλληλη
Bit 0 = 1	$z < 0$	$z < 0$
Bit 1 = 1	$z > w$	$z > 1$
Bit 2 = 1	$x < -w$	$x < 0$
Bit 3 = 1	$x > w$	$x > 1$
Bit 4 = 1	$y < -w$	$y < 0$
Bit 5 = 1	$y > w$	$y > 1$

Αποκοπή στον ΜΠ II

- Εύρεση τομής ευθύγραμμου τμήματος s με επίπεδο αποκοπής:
 - Παραμετρική εξίσωση s από $\bar{a} = [a_x, a_y, a_z, 1]$ σε $\bar{b} = [b_x, b_y, b_z, 1]$

$$\bar{a} + \mu \cdot (\bar{b} - \bar{a}) \quad 0 \leq \mu \leq 1$$

- Π.χ. για y -συντεταγμένη τομής με επίπεδο $y=1$ (παράλληλη προβολή):

$$a_y + \mu \cdot (b_y - a_y) = 1 \Rightarrow \mu = \frac{1 - a_y}{b_y - a_y}$$

- Π.χ. για y -συντεταγμένη τομής με επίπεδο $y=w=z$ (προοπτική προβολή):

$$a_y + \mu \cdot (b_y - a_y) = a_z + \mu \cdot (b_z - a_z)$$
$$\Rightarrow \mu = \frac{a_z - a_y}{(b_y - a_y) - (b_z - a_z)}$$

Μετασχηματισμός Viewport στον ΜΠ ΙΙ

- Μετασχηματισμός κανονικοποιημένων συντεταγμένων σε viewport $[x_{\min}, y_{\min}, z_{\min}]$, $[x_{\max}, y_{\max}, z_{\max}]$ εντός του μοναδιαίου κύβου.
- Απαιτείται αλλαγή κλίμακας και μεταφορά $T \cdot S$
- Παράλληλη προβολή: όρια κανονικοποιημένων συντεταγμένων $0 \leq x, y, z \leq 1$

$$S = \begin{bmatrix} x_{\max} - x_{\min} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & y_{\max} - y_{\min} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_{\max} - z_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{\min} \\ 0 & 1 & 0 & y_{\min} \\ 0 & 0 & 1 & z_{\min} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Μετασχηματισμός Viewport στον ΜΠ ΙΙ

- Προοπτική προβολή: όρια κανονικοποιημένων συντεταγμένων $-1 \leq x, y \leq 1$
 $0 \leq z \leq 1$

$$S' = \begin{bmatrix} \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & z_{\max} - z_{\min} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{y_{\max} + y_{\min}}{2} \\ 0 & 0 & 1 & z_{\min} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- z συντεταγμένη φυλάσσεται για απόκρυψη.