



# Κινητές επικοινωνίες

Κεφάλαιο 3

Ένταση κίνησης σε δίκτυο

# [ ΓΕΝΙΚΑ ]

- Ο αριθμός των κλήσεων σε εξέλιξη μεταβάλλεται με έναν τυχαίο τρόπο καθώς κάθε κλήση ξεχωριστά αρχίζει και τελειώνει με τυχαίο τρόπο.
- Κατά τη διάρκεια της νύχτας υπάρχει γενικά μικρότερη δραστηριότητα
- Αύξηση της κίνησης παρατηρείται προς το μέσο του πρωινού (επαγγελματικές δραστηριότητες), το απόγευμα και το βράδυ (κοινωνικές δραστηριότητες).
- Παίζει ρόλο επίσης το γεωγραφικό μέρος που εξετάζουμε (πόλη ή επαρχία), καθώς και η εποχή του χρόνου



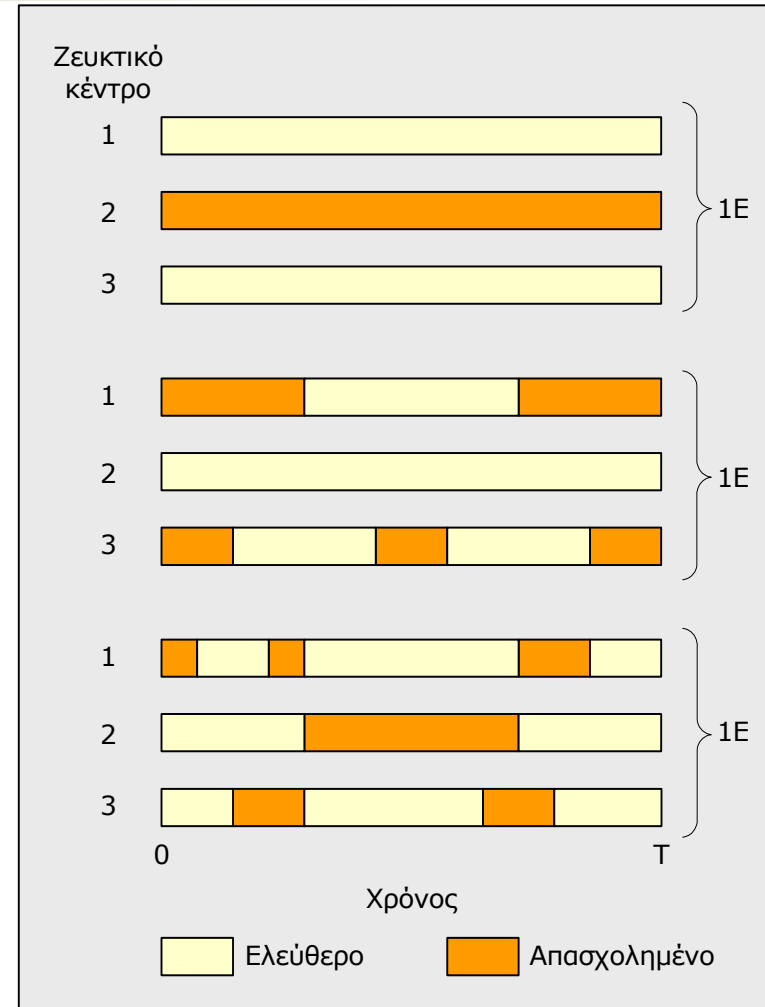
# [ ΩΡΕΣ ΑΙΧΜΗΣ ]

- **Ώρα αιχμής** ή ώρα μέγιστης απασχόλησης: Καλείται η περίοδος μιας ώρας που αντιστοιχεί στην αιχμή του φόρτου κίνησης
- Το πλήθος των αναγκαίων καναλιών εξαρτάται από τη μεταφερόμενη κίνηση και πρέπει να είναι επαρκές για να καλύψει τις ανάγκες που προκύπτουν κατά την ώρα αιχμής
- Σε ώρες μη αιχμής το μεγαλύτερο ποσοστό του εξοπλισμού παραμένει αδρανές
- Οι τηλεπικοινωνιακοί οργανισμοί με σκοπό την ανακατανομή της κίνησης και κατ' επέκταση τη μείωση των δαπανών δίνουν κίνητρα στους πελάτες τους (π.χ. φθηνότερες κλήσεις τις βραδινές ώρες)



# ΜΟΝΑΔΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ

- Ένταση κίνησης ή απλά κίνηση: Καθορίζεται από τον μέσο αριθμό κλήσεων που βρίσκονται σε εξέλιξη
- Η μονάδα κίνησης καλείται **erlang (E)**
- Σε μία ομάδα ζευκτικών κυκλωμάτων, ο μέσος αριθμός των κλήσεων εν εξελίξει εξαρτάται:
  - από το ρυθμό άφιξης των κλήσεων
  - από τη μέση διάρκειά τους
- **Χρόνος κράτησης:** Διάρκεια μιας κλήσης (Διάρκεια κατάληψης ενός ζευκτικού κυκλώματος).



# ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ERLANG

■ Μία ομάδα ζευκτικών κυκλωμάτων διακινεί κίνηση, η οποία δίνεται από τη σχέση:

$$A = \frac{C \cdot h}{T}$$

A = κίνηση σε erlangs

C = μέσος όρος αφίξεων κλήσεων κατά τη διάρκεια T

h = μέση διάρκεια κλήσεων

■ Η κίνηση σε erlangs ισούται με το μέσο αριθμό των κλήσεων που φτάνουν κατά τη διάρκεια μίας περιόδου ίσης με τη μέση διάρκεια των κλήσεων (αν  $T = h$  τότε  $A = C$ ) (καλείται **προσφερόμενη κίνηση**)

■ Πρέπει  $A \leq 1$  για ένα μόνο κανάλι, αφού αυτό δεν μπορεί να διακινεί περισσότερες από μία κλήσεις

■ Τότε η κίνηση είναι ένα κλάσμα του erlang ίσο με το μέσο ποσοστό του χρόνου για το οποίο το κύκλωμα είναι απασχολημένο.

■ Το κλάσμα αυτό καλείται **απασχόληση**

■ Η πιθανότητα να βρεθεί το κύκλωμα απασχολημένο, είναι ίση με το κλάσμα της μονάδας του χρόνου για το οποίο είναι απασχολημένο, δηλαδή ίση με την απασχόληση (A) του κυκλώματος

# [ Τι σημαίνει πρακτικά? ]

- Ένταση 1 Erlang ισοδυναμεί με ένα χρήστη να μιλά συνεχώς
- Ένταση 0.1 Erlang ισοδυναμεί με ένα χρήστη να μιλά στο 10% του χρόνου

Αν στην παραπάνω σχέση, το  $C$  υποδηλώνει το μέγιστο πλήθος κλήσεων σε χρόνο  $T$ , τότε υπολογίζουμε τη μέγιστη αιτούμενη κίνηση για αυτό το διάστημα

# [ Βαθμός Εξυπηρέτησης (GOS) ]

- Ο **βαθμός εξυπηρέτησης (Grade of Service, GOS)** είναι ένα μέτρο της πιθανότητας ανεπιτυχούς πρόσβασης κάποιου χρήστη στο σύστημα κατά την ώρα αιχμής, και ορίζεται ως ο λόγος του αριθμού των ανεπιτυχών κλήσεων προς τον συνολικό αριθμό κλήσεων την ώρα αιχμής.
- Στην ουσία, υποδηλώνει την πιθανότητα φραγής (πιθανότητα να μην εξυπηρετηθεί ένας χρήστης). Με άλλα λόγια, θα ήταν περισσότερο δόκιμο ίσως να ονομάζεται «βαθμός μη εξυπηρέτησης».
- Ο βαθμός εξυπηρέτησης είναι ένας δείκτης επίδοσης ενός συγκεκριμένου συστήματος.
- Στόχος των μηχανικών: υπολογισμός των καναλιών που πρέπει να διαθέσουν, έτσι ώστε ο GOS να είναι σε ένα προκαθορισμένο επιθυμητό επίπεδο (τυπική τιμή του GOS: 2%)

# Βαθμός Εξυπηρέτησης (GOS)

## – Φυσική σημασία

$$\frac{\text{Αριθμός των κλήσεων που χάνονται}}{\text{Αριθμός των κλήσεων που προσφέρονται}} = \frac{\text{Απωλεσθείσα κίνηση}}{\text{Προσφερόμενη κίνηση}}$$

- ποσοστό του χρόνου κατά τη διάρκεια του οποίου υπάρχει συμφόρηση
- πιθανότητα συμφόρησης
- πιθανότητα απώλειας κλήσεως λόγω συμφόρησης

• Όπου συμφόρηση (η οποία προκαλεί φραγή) είναι η κατάσταση κατά την οποία όλα τα κυκλώματα μιας ζευκτικής ομάδας είναι απασχολημένα και επομένως δεν μπορούν να δεχθούν άλλες κλήσεις.

■ Αν προσφέρονται  $A$  erlangs κίνησης σε μία ομάδα ζευκτικών κυκλωμάτων, που έχουν βαθμό εξυπηρέτησης  $GOS$ , τότε η απώλεια κίνησης είναι  $A \cdot GOS$ , και η μεταφερόμενη κίνηση είναι  $A(1 - GOS)$  erlangs.



# Πιθανότητα φραγής (φόρμουλα Erlang B)

Η πιθανότητα φραγής σε ένα σύστημα με  $C$  κανάλια και συνολική παρεχόμενη ένταση κίνησης  $A$ , υπολογίζεται από την ακόλουθη σχέση που είναι γνωστή ως φόρμουλα Erlang B:

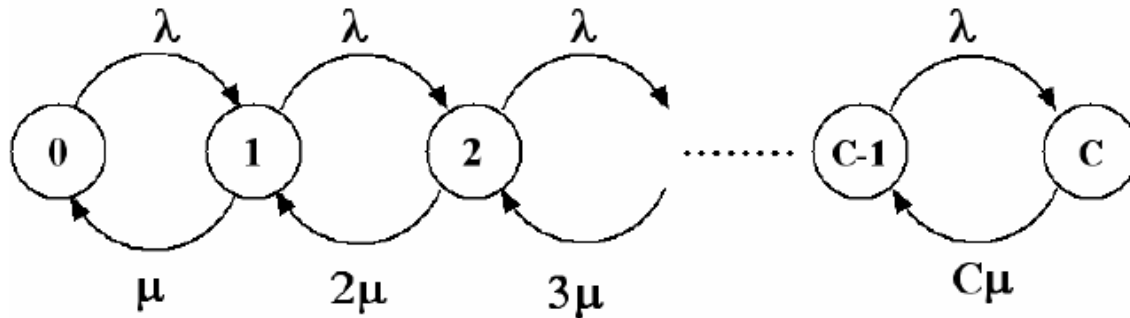
$$\text{Pr}[\text{blocking}] = \frac{A^C}{C! \sum_{i=0}^C \frac{A^i}{i!}}$$



# Πώς προέκυψε η πιθανότητα φραγής?

- Με ένα συγκεκριμένο μαθηματικό μοντέλο, στο οποίο κάναμε τις ακόλουθες υποθέσεις:
  - Οι φραγμένες κλήσεις δεν επανέρχονται άμεσα
  - Ο αριθμός των χρηστών είναι μεγάλος
  - Οι κλήσεις είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους
  - Ο ρυθμός αφίξεων ακολουθεί μία συγκεκριμένη κατανομή (κατανομή Poisson – δεν θα τη μελετήσουμε)
- Με βάση τα παραπάνω, φτιάχνουμε το ακόλουθο διάγραμμα καταστάσεων:

# Διάγραμμα καταστάσεων



- Κατάσταση  $i$  σημαίνει ότι έχουμε  $i$  χρήστες στο σύστημα
  - Έστω  $P_i$ ,  $i=0,1,\dots,C$ , η πιθανότητα το σύστημα να βρίσκεται στην κατάσταση  $i$
  - Ο ρυθμός μεταβάσεων από την κατάσταση  $i < C$  στην κατάσταση  $i+1$  είναι  $\lambda P_i$
  - Ο ρυθμός μεταβάσεων από την κατάσταση  $i+1 > 0$  στην κατάσταση  $i$  είναι  $(i+1)\mu P_{i+1}$
- 
- $\mu$ : Μέσος χρόνο διάρκειας κλήσης

# [ Υπολογισμοί ]

- Στη μόνιμη κατάσταση, ο ρυθμός μεταβάσεων από την κατάσταση  $i$  στην κατάσταση  $i+1$  πρέπει να ισούται με τον ρυθμό μεταβάσεων κατά την αντίθετη κατεύθυνση:

$$\lambda P_{i-1} = i\mu P_i, \quad i = 1, \dots, C. \quad (1)$$

- Συνεπώς:

$$P_i = P_0 \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^i \frac{1}{i!}, \quad i = 0, \dots, C. \quad (2)$$

- Επιπλέον: 
$$\sum_{i=0}^C P_i = 1. \quad (3)$$

# Συνέχεια των υπολογισμών

- Η πιθανότητα να έχω φραγή ισούται με την πιθανότητα να υπάρξει άφιξη ενώ το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση C.
- Με αντικατάσταση των (2) στην (3) προκύπτει:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^c \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \frac{1}{i!}} \Rightarrow P_C = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c \frac{1}{C!}}{\sum_{i=0}^c \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i \frac{1}{i!}} = \frac{A^c \frac{1}{C!}}{\sum_{i=0}^c A^i \frac{1}{i!}}$$

- Παρατήρηση:  $A = \lambda H = \lambda / \mu$ .

Υπάρχουν έτοιμοι πίνακες για τους υπολογισμούς!!

# Χωρητικότητα για συγκεκριμένα GOS και πλήθος καναλιών

## Χωρητικότητα συστήματος Erlang B

Αριθμός Διαύλων	Χωρητικότητα (erlang) για <i>GOS</i>			
	= 0.01	= 0.005	= 0.002	= 0.001
2	0.153	0.105	0.065	0.046
4	0.869	0.701	0.535	0.439
5	1.36	1.13	0.900	0.762
10	4.46	3.96	3.43	3.09
20	12.0	11.1	10.1	9.41
24	15.3	14.2	13.0	12.2
40	29.0	27.3	25.7	24.5
70	56.1	53.7	51.0	49.2
100	84.1	80.9	77.4	75.2

# Παράδειγμα

- Πόσους χρήστες μπορεί να ικανοποιήσει ένα σύστημα με πιθανότητα φραγής 0.5% και με αριθμό καναλιών 5,10,20,100, αν κάθε χρήστης δημιουργεί φορτίο 0.1 Erlang?
- $C=5$ ,  $GOS=0.005$ . Από τον προηγούμενο πίνακα προκύπτει ότι η παρεχόμενη κίνηση ισούται με  $A=1.13$ . Άρα, ο αριθμός των χρηστών είναι  $1.13/0.1 \cong 11$  χρήστες.
- $C=10$ ,  $GOS=0.005$ . Από τον προηγούμενο πίνακα προκύπτει ότι η παρεχόμενη κίνηση ισούται με  $A=3.96$ . Άρα, ο αριθμός των χρηστών είναι  $3.96/0.1 \cong 39$  χρήστες.
- $C=20$ ,  $GOS=0.005$ . Από τον προηγούμενο πίνακα προκύπτει ότι η παρεχόμενη κίνηση ισούται με  $A=11.1$ . Άρα, ο αριθμός των χρηστών είναι  $11.1/0.1 \cong 111$  χρήστες.
- $C=100$ ,  $GOS=0.005$ . Από τον προηγούμενο πίνακα προκύπτει ότι η παρεχόμενη κίνηση ισούται με  $A=80.9$ . Άρα, ο αριθμός των χρηστών είναι  $80.9/0.1 \cong 809$  χρήστες.

# Παράδειγμα

- Μια πόλη έχει επιφάνεια  $A=1300\text{km}^2$ , και καλύπτεται με σύστημα κυψελωτής τηλεφωνίας με μέγεθος συστάδας  $N=7$ . Κάθε κυψέλη έχει ακτίνα  $R=4\text{ km}$ . Το διαθέσιμο εύρος ζώνης είναι  $B=40\text{MHz}$ , με εύρος δικάτευθυντικού καναλιού  $B_c=60\text{ KHz}$ . Η μέγιστη επιτρεπτή πιθανότητα φραγής ορίζεται στο  $0.02$ . Το φορτίο ανά χρήστη είναι  $0.03\text{ Erlang}$ . Να βρεθούν:
  - Ο αριθμός των κυψελών
  - Ο αριθμός των καναλιών ανά κυψέλη
  - Η μέγιστη ένταση του ολικού προσφερόμενου φορτίου ανά κυψέλη
  - Το συνολικό προσφερόμενο φορτίο
  - Ο αριθμός των χρηστών που μπορούν να εξυπηρετηθούν ταυτόχρονα
  - Ο αριθμός των συσκευών (χρηστών) ανά κανάλι συχνότητας, όταν εξυπηρετείται ο μέγιστος αριθμός χρηστών ταυτόχρονα



# [ Λύση ]

- Κάθε κυψέλη έχει εμβαδό  $2.598R^2=41.57\text{km}^2$ . Άρα, ο συνολικός αριθμός κυψελών είναι  $1300/41.57\cong 31.27$ , δηλαδή 31.
- Συνολικά έχουμε  $40000/60 \cong 666$  κανάλια, τα οποία διαμοιράζονται ισοδύναμα στις 7 κυψέλες κάθε συστάδας. Άρα, κάθε κυψέλη έχει  $666/7\cong 95$  κανάλια.
- Με πιθανότητα φραγής (GOS) 0.02 και 95 κανάλια, μπορούμε να έχουμε φορτίο 84 Erlang ανά κυψέλη (κοιτάμε την αντίστοιχη καταχώρηση στον πλήρη πίνακα, όπως στο προηγούμενο παράδειγμα).
- Το συνολικά προσφερόμενο φορτίο είναι  $31 \times 84 = 2604$  Erlangs.
- Αφού κάθε χρήστης δημιουργεί φορτίο 0.03 Erlangs, ο αριθμός των ταυτόχρονων χρηστών είναι  $2604/0.03=86800$  πελάτες.
- Έχουμε συνολικά  $31 \times 95$  κανάλια συχνότητας στο σύστημα (τα 666 κανάλια της συστάδας επαναχρησιμοποιούνται σε άλλες συστάδες), άρα  $86800/(31 \times 95)\cong 29$  χρήστες ανά κανάλι

# [ Παράδειγμα ]

- Αν διαθέτουμε 50 κανάλια σε μία κυψέλη για τη διαχείριση όλων των κλήσεων και ο μέσος χρόνος συνδιάσκεψης είναι 100 sec ανά κλήση, πόσες κλήσεις μπορεί να διαχειριστεί αυτή η κυψέλη με GOS 2%?
- Αφού  $C=50$  και  $GOS=2\%$ , η παρεχόμενη κίνηση από το σύστημα είναι  $A=40.3$  Erlangs (Κοιτάμε τον αντίστοιχο πίνακα). Ο αριθμός των κλήσεων ανά ώρα και ανά κυψέλη είναι

$$C = \frac{A \cdot T}{h} = \frac{40.3 \cdot 3600}{100} = 1451 \text{ κλήσεις ανά ώρα}$$

# Πώς καθορίζονται τα κανάλια που πρέπει να εκχωρηθούν σε μία κυψέλη?

- Ο μέγιστος αριθμός καναλιών καθορίζεται από το μέσο χρόνο συνδιάλεξης ανά σύστημα, το επιθυμητό GOS και το μέσο πλήθος συνδρομητών που αιτούνται κλήσεις (δηλαδή, στους πίνακες Erlang, μπορούμε για δοθέν φόρτο και GOS, να βρούμε τα κανάλια που απαιτούνται)

# Παράδειγμα υπολογισμού καναλιών

- Έστω ότι για ένα σύστημα δίνεται ότι ο μέγιστος αριθμός κλήσεων ανά ώρα και ανά κυψέλη είναι 3000, με μέσο χρόνο συνδιάλεξης 1.76min, και πιθανότητα απόρριψης 2%. Τότε υπολογίζουμε εύκολα το φόρτο του συστήματος:

$$A = \frac{3000 \cdot 1.76}{60} = 88 \text{ Erlangs}$$

Κοιτώντας τον πλήρη πίνακα Erlang, βρίσκουμε ότι χρειάζονται 100 κανάλια.

# [ Παράδειγμα ]

- Ένα κυψελωτό σύστημα αποτελείται από 394 κυψέλες, όπου η κάθε μία έχει 19 κανάλια. Υπολογίστε τον μέγιστο αριθμό των χρηστών που μπορούν να εξυπηρετηθούν ταυτόχρονα, με GOS 2% αν κάθε χρήστης πραγματοποιεί κατά μέσο όρο 2 κλήσεις την ώρα, με μέση διάρκεια κλήσης 3 λεπτά.

# [ Λύση ]

- Κάθε χρήστης προσφέρει κίνηση  $A_u = \lambda H = 2 \cdot (3\text{min}/60\text{min}) = 0.1 \text{ Erlang}$
- Λόγω του ότι  $GOS = 0.02$  και  $C = 19$ , από τους Erlang B πίνακες βρίσκουμε ότι κάθε κυψέλη μπορεί να εξυπηρετήσει κίνηση  $12.33 \text{ Erlang}$ .
- Άρα, κάθε κυψέλη μπορεί να εξυπηρετήσει το πολύ  $U = A/A_u = 12.33/0.1 = 123.3$  χρήστες.
- Αφού έχουμε συνολικά 394 κυψέλες, το συνολικό πλήθος συνδρομητών που μπορούν να εξυπηρετηθούν είναι  $123.3 \cdot 394 = 48580$ .

# [ Πηγές ]

- Για τη διαμόρφωση των διαφανειών αυτού του κεφαλαίου, χρησιμοποιήθηκε υλικό (εικόνες, διαγράμματα κτλ.) από διάφορες άλλες διαλέξεις που είναι διαθέσιμες στο Διαδίκτυο:
  - Θ. Σφηκόπουλος και Δ. Βαρουτάς, Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Αθηνών
  - Σ. Τουμπής, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Πανεπιστήμιο Κύπρου (2007)