

Άσκηση 1η
Ημερομηνία Δημοσίευσης: 23/3/2017
Ημερομηνία Παράδοσης: 6/4/2017 (στο διάλειμμα του μαθήματος)
Θεωρία Υπολογισμού

1. Έστω το σύνολο L το οποίο περιέχει όλες τις πεπερασμένες λίστες με στοιχεία θετικών φυσικών αριθμούς. Για παράδειγμα, οι λίστες $[1, 7]$ και $[1, 6, 16, 1]$ ανήκουν στο L . Είναι το L αριθμήσιμο ή όχι; Σε κάθε περίπτωση αποδείξτε τον ισχυρισμό σας.
2. Απαντήστε στα ακόλουθα ερωτήματα δικαιολογώντας προσεκτικά τις απαντήσεις σας:
 - Έστω \mathcal{S} το σύνολο όλων των άπειρων σε μήκος συμβολοσειρών πάνω στο αλφάβητο $\Sigma = \{a, b\}$. Είναι το \mathcal{S} αριθμήσιμο; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
 - Έστω \mathcal{S} το σύνολο όλων των άπειρων σε μήκος συμβολοσειρών πάνω στο αλφάβητο $\Sigma = \{a, b\}$ οι οποίες έχουν πεπερασμένο αριθμό από a . Είναι το \mathcal{S} αριθμήσιμο; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
3. Έστω η γλώσσα $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid \eta \ w \ \text{περιέχει} \ \text{kai} \ \text{to} \ aa \ \text{kai} \ \text{to} \ bb\}$. Να κατασκευάσετε:
 - (α) Κανονική έκφραση που παράγει τη γλώσσα.
 - (β) Ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που να δέχεται τη γλώσσα.
 - (γ) Μη-ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που να δέχεται τη γλώσσα.
4. Δείξτε ότι οι ακόλουθες γλώσσες είναι κανονικές κατασκευάζοντας πεπερασμένα αυτόματα που να τις αποδέχονται:
 - (α) Η γλώσσα L_1 πάνω στο αλφάβητο $\{a, b\}$ που αποτελείται από όλες τις συμβολοσειρές στις οποίες δεν εμφανίζονται τρία συνεχόμενα a .
 - (β) Η γλώσσα L_2 πάνω στο αλφάβητο $\{0, 1\}$ που αποτελείται από όλες τις δυαδικές συμβολοσειρές που αντιστοιχούν σε αριθμούς που είναι πολλαπλάσια του 5.
5. Εξετάστε αν η ακόλουθη γλώσσα είναι κανονική. Δικαιολογήστε τυπικά την απάντησή σας.

$$L = \{a^i b^j \mid i > j\} \cup \{a^i b^j \mid i < j\}$$

6. Δείξτε πως η ακόλουθη γλώσσα δεν είναι κανονική:

$$L = \{ab^j c^j \mid j \geq 0\} \cup \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \ \text{kai} \ i \neq 1\}.$$

Υπόδειξη: Μην προσπαθήσετε να χρησιμοποιήσετε μόνο το Λήμμα Άντλησης. Πρέπει επίσης να χρησιμοποιήσετε και τις ιδιότητες της κλειστότητας. Η L είναι παράδειγμα γλώσσας που ικανοποιεί το Λήμμα Άντλησης, αν και δεν είναι κανονική.

Παράδοση Ασκήσεων: Οι ασκήσεις μπορούν να γίνουν σε ομάδες μέχρι τριών ατόμων, αλλά δεν είναι υποχρεωτικές. Η παράδοση πρέπει να γίνει στο πρώτο διάλειμμα του μαθήματος την 6/4/2017.