

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ, ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ, ΑΡΤΙΟΙ ΑΜ  
ΔΕΥΤΕΡΟ ΣΤΥΝΟΛΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ, ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2008-2009  
ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ.

**Άσκηση 1** Με πόσους τρόπους μπορούμε να διαλέξουμε 12 παγωτά από τις γεύσεις σοκολάτα, λεμόνι, φράουλα, γιαούρτι και βανίλια;

**Άσκηση 2** Δείξτε ότι το γινόμενο  $k$  διαδοχικών φυσικών διαιρείται με το  $k!$ . (Υπόδειξη: Θεωρείστε τον αριθμό των τρόπων επιλογής  $k$  αντικειμένων από  $n + k$ .)

**Άσκηση 3** Πόσες διαφορετικές μεταθέσεις των ψηφίων  $1, 2, \dots, 10$  υπάρχουν στις οποίες το πρώτο ψηφίο είναι μεγαλύτερο από 1 και το τελευταίο είναι μικρότερο από 8;

**Άσκηση 4** Ένας άνθρωπος έχει 10 φίλους. Με πόσους τρόπους μπορεί να πάει για δείπνο με 2 ή περισσότερους από αυτούς ;

**Άσκηση 5** Με πόσους τρόπους μπορούν να μοιραστούν 22 διαφορετικά βιβλία σε 5 φοιτητές έτσι ώστε 2 συγκεκριμένοι να έχουν από 5 και οι υπόλοιποι να έχουν από 4;

**Άσκηση 6** Επαναλάβετε την προηγούμενη άσκηση με τη διαφορά ότι οι φοιτητές που θα πάρουν 5 βιβλία είναι 2 και οι υπόλοιποι θα πάρουν από 4, αλλά το ποιοι 2 θα πάρουν από 5 δεν είναι καθορισμένο εκ των προτέρων.

**Άσκηση 7** Μετακινούμαστε σε ένα πλέγμα ακεραίων από το σημείο  $(0,0)$  έως στο σημείο  $(30,40)$  με διακριτά δεξιά βήματα (που αυξάνουν την πρώτη συντεταγμένη κατά 1) και με ανοδικά βήματα (που αυξάνουν τη δεύτερη συντεταγμένη κατά 1). Συνολικά θα έχουν γίνει ακριβώς 30 δεξιά και 40 ανοδικά βήματα. Πόσα διαφορετικά μονοπάτια μπορούμε να ακολουθήσουμε; Επαναλάβετε το πρόβλημα αν ο στόχος είναι το  $(m, n)$  σημείο του πλέγματος.

**Άσκηση 8** Μετακινούμαστε σε ένα πλέγμα ακεραίων από το σημείο  $(0,0)$  μέχρι το σημείο  $(50,50)$  με βήματα δεξιά ή ανοδικά όπως στην προηγούμενη άσκηση. Πόσα διαφορετικά μονοπάτια μπορούμε να διασχίσουμε αν υπάρχουν εμπόδια, δια μέσου των οποίων δεν μπορούμε να περάσουμε, στα σημεία  $(10,10)$  και  $(20,20)$ ;