

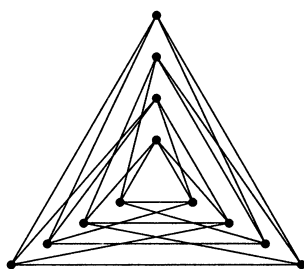
Η ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΚΑΙ Η ΩΡΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΕΣ.

Μπορείτε να δουλέψετε ατομικά ή σε ομάδες των δύο. Οι ασκήσεις παραδίδονται σε έντυπη μορφή. Το άριστα για τους προπτυχιακούς φοιτητές είναι το 16 και για τους μεταπτυχιακούς το 20.

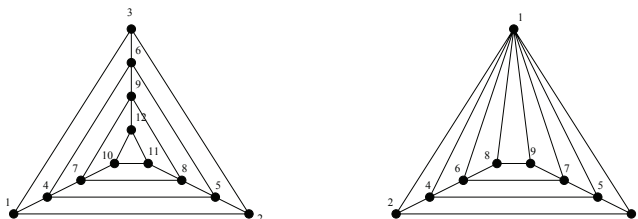
Πρόβλημα 1 [4 μονάδες]. Αποδείξτε με επαγωγή στον αριθμό των όψεων ότι ένα επίπεδο γράφημα είναι διμερές αν και μόνο αν κάθε όψη έχει άρτιο μήκος. Το μήκος μιας όψης είναι το μήκος του κλειστού περιπάτου που διατρέχει το σύνορο της. Π.χ., αν το γράφημα είναι το K_2 το μήκος της μοναδικής όψης είναι 2.

Πρόβλημα 2 [4 μονάδες]. Δείξτε ότι κάθε γράφημα μπορεί να εμβαπτιστεί στο \mathbb{R}^3 χωρίς διασταυρώσεις ακμών.

Πρόβλημα 3 [4 μονάδες]. Είναι το παρακάτω γράφημα επίπεδο; Δικαιολογήστε την απάντησή σας με τα κατάλληλα σχήματα. Σε ένα πρώτο σχήμα ονομάστε τις κορυφές του αρχικού γραφήματος.



Πρόβλημα 4 [4 μονάδες]. Βρείτε αποσύνθεση μονοπατιού με το ελάχιστο πλάτος για τα παρακάτω δύο γραφήματα. Δώστε την αποσύνθεση (τσάντες) και σε σχήμα, όχι μόνο ως λίστα συνόλων.



Πρόβλημα 5 [4 μονάδες]. Δείτε [εδώ](#) τον ορισμό των συγκρουόμενων C -θραυσμάτων (C -fragments) όπου C κύκλος ενός γραφήματος G . Διαισθητικά, για έναν κύκλο C , δύο συγκρουόμενα C -θραύσματα, είναι κομμάτια του $G \setminus C$ που δεν μπορούν να εμβαπτιστούν από την ίδια «μεριά» του κύκλου χωρίς να υπάρξουν διασταυρώσεις ακμών.

(α) Δείξτε ότι το K_5 περιέχει έναν κύκλο C έτσι ώστε το γράφημα συγκρούσεων (conflict graph, ομοίως ορίζεται [εδώ](#)) του C δεν είναι διμερές.

(β) Δείξτε ότι αν το G είναι επίπεδο τότε το γράφημα συγκρούσεων κάθε κύκλου στο G είναι διμερές.