

Η ΠΡΟΘΕΣΜΙΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ.

Μπορείτε να παραδώσετε τις ασκήσεις ατομικά ή σε ομάδες των δύο.

**Πρόβλημα 0 [5 μονάδες].** Δίνεται σύνολο  $S$ .

(α) Δώστε μια επί συνάρτηση  $f : 2^S \rightarrow S$ .

(β) Δείξτε πως δεν μπορεί να υπάρξει επί συνάρτηση από το  $S$  στο  $2^S$ .

Τί συμπεραίνετε από τα (α) και (β);

*Προσοχή:* δεν δίνεται ότι το  $S$  είναι αριθμήσιμο, άρα η απάντησή σας δεν πρέπει να χρησιμοποιεί μια τέτοια υπόθεση.

**Πρόβλημα 1 [4 μονάδες].** Ορίζουμε αλφάβητο  $\Sigma = \{T, r, a, n, s, m, i, o\}$ . Θεωρήστε το σύνολο  $\mathcal{A}$  όλων των γλωσσών του  $\Sigma$  οι οποίες έχουν την ιδιότητα ότι τα στοιχεία τους δεν περιέχουν την υποσυμβολοσειρά *Transmission*. Είναι το  $\mathcal{A}$  αριθμήσιμο; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**Πρόβλημα 2 [5 μονάδες].** Δίνεται η γλώσσα

$$L = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid \text{η } w \text{ δεν περιέχει την υποσυμβολοσειρά } ba\}.$$

Δώστε κανονική έκφραση και ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο για τη γλώσσα. Ευανάγνωστο διάγραμμα καταστάσεων είναι πλήρης απάντηση για το αυτόματο. Εξηγήστε εν συντομία το σχεπτικό με το οποίο καταλήξατε στην κανονική έκφραση.

**Πρόβλημα 3 [3 μονάδες].** Δίνονται γλώσσες  $L_1, L_2$  στο ίδιο αλφάβητο, έτσι ώστε  $L_1L_2 = L_2L_1$ . Ισχύει ότι  $L_1 = L_2$ ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**Πρόβλημα 4 [5 μονάδες].** Έστω η γλώσσα

$$L = \{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\}.$$

Είναι η  $L$  κανονική; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**Πρόβλημα 5 [5 μονάδες].** Έστω  $L$  μια κανονική γλώσσα στο αλφάβητο  $\Sigma$ . Ορίζουμε

$$\text{Prefix}(L) = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y \in \Sigma^*, xy \in L\}.$$

Είναι η  $\text{Prefix}(L)$  κανονική; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

**Πρόβλημα 6 [6 μονάδες].** [Άσκηση 2.2.6, σελ. 111 από το βιβλίο των Lewis-Παπαδημητρίου.] (α) Βρείτε ένα απλό μη ντετερμινιστικό πεπερασμένο αυτόματο που δέχεται τη γλώσσα  $(ab \cup aab \cup aba)^*$ . (β) Μετατρέψτε το σε ντετερμινιστικό ακολουθώντας τη γενική μέθοδο. (γ) Βρείτε ένα ντετερμινιστικό αυτόματο που έχει όσο το δυνατό λιγότερες καταστάσεις. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε ως σημείο εκκίνησης το αυτόματο του ερωτήματος (β) ή να φτιάξετε κάτι εκ του μηδενός.