

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ, ΘΕΩΡΙΑ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ
ΤΡΙΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ, ΧΕΙΜΕΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2016-2017
ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΗ: 13 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2016
ΠΑΡΑΔΟΣΗ: 21 ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 2016, ΩΡΑ 13:00

Η ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΚΑΙ Η ΩΡΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΕΣ. Μπορείτε να παραδώσετε τις ασκήσεις ατομικά ή σε ομάδες των δύο. Είναι χρήσιμο να συζητάτε μεταξύ σας τα προβλήματα. Το γράψιμο των απαντήσεων πρέπει να είναι αυστηρά υπόθεση της κάθε ομάδας.

Πρόβλημα 1 [3 μονάδες]. Έστω P μη κενός αφινικός χώρος και $c^T x \leq \delta$, μια έγκυρη ανισότητα για το P . Δείξτε ότι είτε $c^T x = \delta$ για κάθε $x \in P$, είτε $c^T x < \delta$ για κάθε $x \in P$.

Πρόβλημα 2 [5 μονάδες]. Δίνονται ένα πολύεδρο P πλήρους διάστασης και μια εδραία του ανισότητα $w^T x \leq t$. Αποδείξτε τυπικά πως η ανισότητα δεν μπορεί να προκύψει ως γνήσιος κωνικός συνδυασμός δύο έγκυρων ανισοτήτων

$$(g^1)^T x \leq h_1, \quad (g^2)^T x \leq h_2.$$

όπου τα g^1, g^2 είναι γραμμικά ανεξάρτητα.

Πρόβλημα 3 [5 μονάδες]. Θεωρήστε το πολύτοπο $M(G)$ των ταιριασμάτων του γραφήματος G . Αποδείξτε πως αν αφαιρέσουμε από την περιγραφή του $M(G)$, τις ανισώσεις περιττών συνόλων για όλα τα $S \subseteq V(G)$, $|S| > 3$, προκύπτει ένα πολύτοπο P που είναι γνήσιο υπερσύνολο του $M(G)$.

Πρόβλημα 4 [5 μονάδες]. Αποδείξτε ότι αν ένα σύστημα $Ax \leq b$ με n μεταβλητές είναι ανέφικτο, τότε το $Ax \leq b$ περιέχει ένα ανέφικτο υποσύστημα $A'x \leq b'$ με το πολύ $n + 1$ ανισότητες.