Μεγάλες διαστάσεις των δεδομένων

Όσο το n γίνεται μεγάλο, τόσο η διαφορά της απόδοσης γίνεται μεγαλύτερη

*** --- ###

Ασυμπτωτική Πολυπλοκότητα

Πρόβλημα (διάστασης n)

- αλγόριθμος Α πολ/τας $T(n)=100n$
- αλγόριθμος Β πολ/τας $T(n)=n^2$

n

- $= 100$ Α, Β ίδια αποδοτικότητα
- < 100 Β αποδοτικότερος από Α
- > 100 Α αποδοτικότερος από Β

Χρόνος

Χρόνος στοιχειώδους εντολής = 10^{-6} *sec*

Για n =1000 {
- Α εκτελείται σε 10^{-1}sec
- Β εκτελείται σε 1 s

Β 10 φορές πιο αργός

Για n =10000

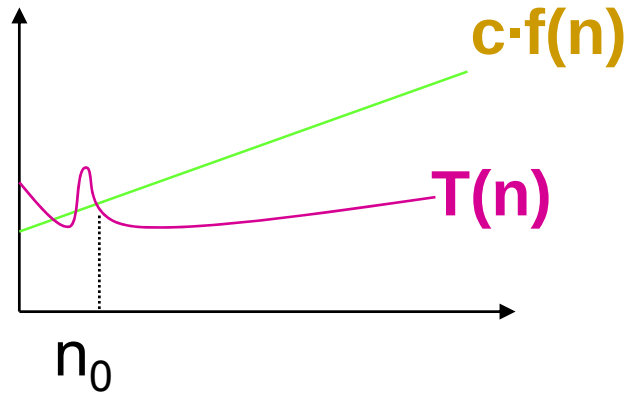
Β 100 φορές πιο αργός

Τάξη Μεγέθους

Έστω $f: N \longrightarrow R^+$

Ορίζουμε τρεις κλάσεις συναρτήσεων σε σχέση με τη συνάρτηση f.

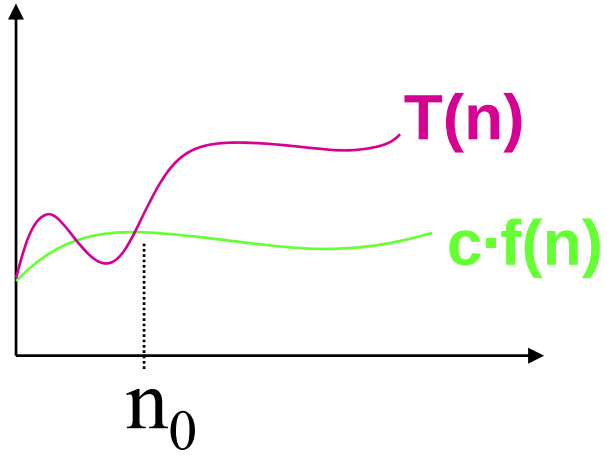
1) $O(f(n))=\{T, \exists n_0 \in N \ \exists c \in R^+ \ \forall n \geq n_0 \ T(n) \leq c \cdot f(n)\}$



Τάξη Μεγέθους

Έστω $f: N \longrightarrow R^+$

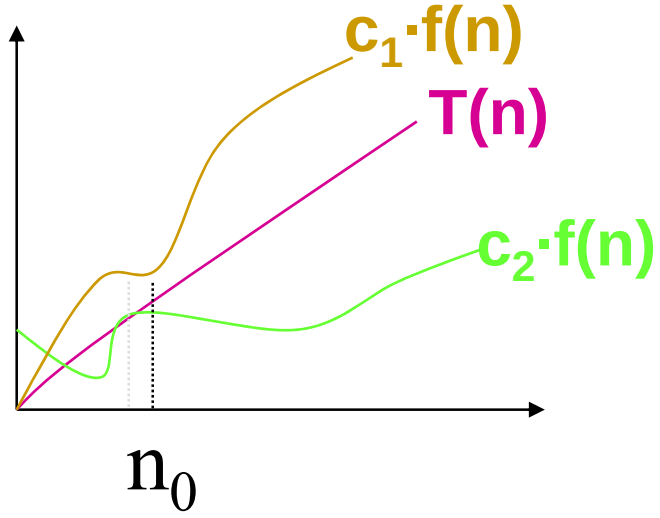
2) $\Omega(f(n))=\{T, \exists n_0 \in N \;\; \exists c \in R^+ \;\; \forall n \geq n_0 \;\; T(n) \geq c \cdot f(n)\}$

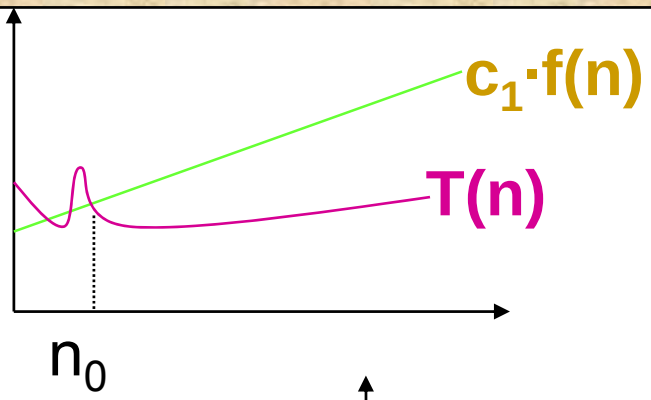


Τάξη Μεγέθους

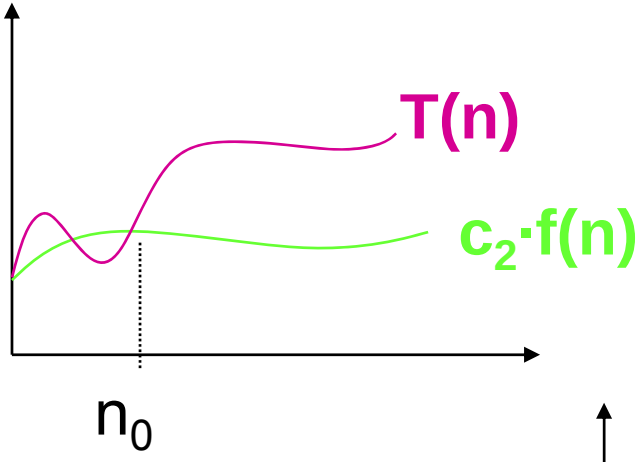
Έστω $f: N \longrightarrow R^+$

3) $\Theta(f(n)) = O(f(n)) \cap \Omega(f(n))$ <u>“ ίδια τάξη με f ”</u>

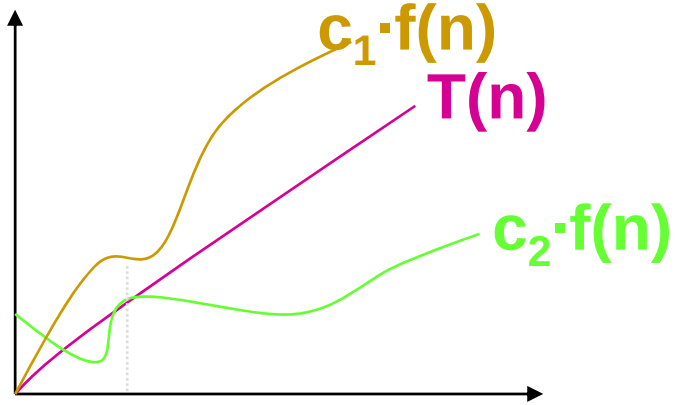




$T(n)=O(f(n))$



$T(n)=\Omega(f(n))$



$T(n)=\Theta(f(n))$

Παραδείγματα:

$T(n)=3n^2-100n+6=O(n^2)$

διότι $3n^2-100n+6<3n^2$

$T(n)=3n^2-100n+6=O(n^3)$

διότι $3n^2-100n+6< .00001n^3$

$T(n)=3n^2-100n+6 \neq O(n)$

διότι $cn<3n^2$ για $n>c$

f(n)=1 πολυπλοκότητα σταθερή

f(n)=log(n) πολυπλοκότητα λογαριθμική

f(n)=n πολυπλοκότητα γραμμική (f(n)=an+b)

f(n)=nlog(n)

$f(n)=n^2$

$f(n)=n^3$

$f(n)=n^p$ πολυπλοκότητα πολυωνυμική,p σταθερά

$(a_p n^p+a_{p-1} n^{p-1}+\ldots+a_1 n+a_0)$

Κλάσεις Πολυπλοκότητας

$f(n)=2^n$

$f(n)=a^n$

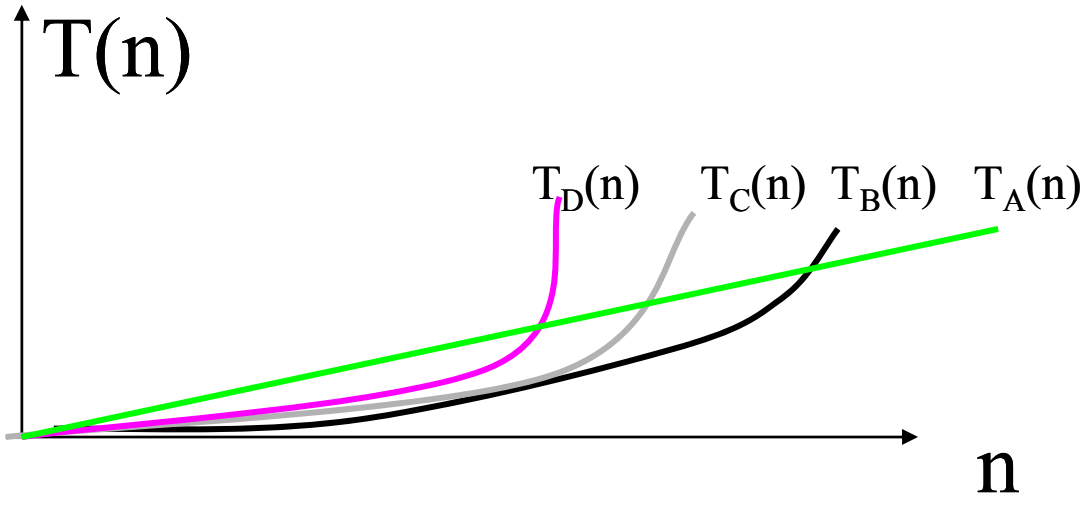
} πολυπλοκότητα εκθετική

$f(n)= 2^{2^n}$ πολυπλοκότητα διπλά εκθετική

Ρυθμός αύξησης του χρόνου εκτέλεσης

Πρόβλημα Π

- A $T_A(n)=O(n)$
- B $T_B(n)=O(n^2)$
- C $T_C(n)=O(n^3)$
- D $T_D(n)=O(2^n)$



Διάσταση n ενός προβλήματος που επιλύουμε σε μια μηχανή 10 MIPS

Complexity Αλγορίθμου	0.1 sec	10 min	1 ημέρα
O(n)	10^6	6×10^9	864×10^9
$O(n^2)$			
$O(n^3)$			
$O(n^4)$			
$O(2^n)$	20	32	39
$O(3^n)$			
O(n!)	10	13	15

Παράδειγμα

Ανάθεση προσωπικού σε εργασίες

1 δυνατότητα $\longrightarrow$ 1μς

20 υπάλληλοι $\longrightarrow$ $2{,}4 \times 10^{18}$

($T_c > 70.000 \times 10^{6}$ years)

($T_{\text{Hungarian}} = 1{,}95$ s)

Η Αίρεση

Η ανάγκη ανάπτυξης αποτελεσματικών αλγορίθμων θα εκλείψει μπροστά στις αυξητικές αποδόσεις των αυριανών υπολογιστών…

Πρόοδος της ισχύος των υπολογιστών αλλά…

complexity	current size	future size
$O(n)$	n	n×1000
$O(n^2)$	n	
$O(n^3)$	n	
$O(n^4)$	n	
$O(2^n)$	n	n+10
$O(3^n)$	n	
$O(n!)$	n	

παράδειγμα: μηχανή 1000 φορές πιο γρήγορη.