Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους

(Minimum cost spanning trees)

Δένδρα επικάλυψης μέγιστου βάρους

(Maximum weight spanning trees)

Στη τρέχουσα γλώσσα, ένα δένδρο είναι ένας γράφος G με «**ακριβώς αυτό που πρέπει από πλευρές για να είναι συνεκτικός**»

Ορισμοί (ισοδύναμοι)

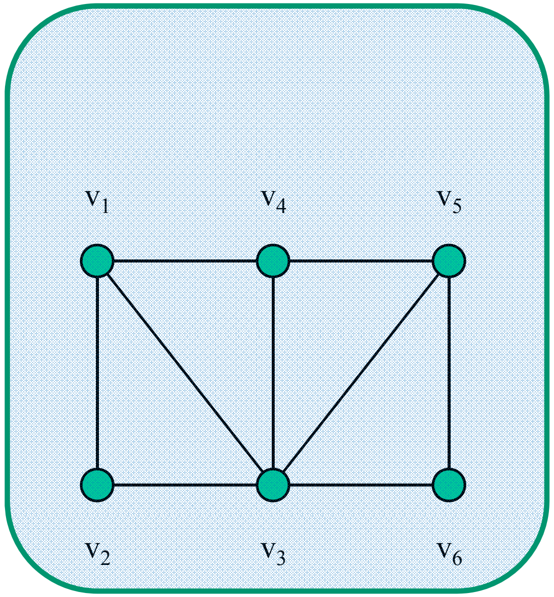
- G είναι **συνεκτικός χωρίς κύκλο**

- G είναι **χωρίς κύκλο και έχει n-1 πλευρές** (όπου n η τάξη του G)

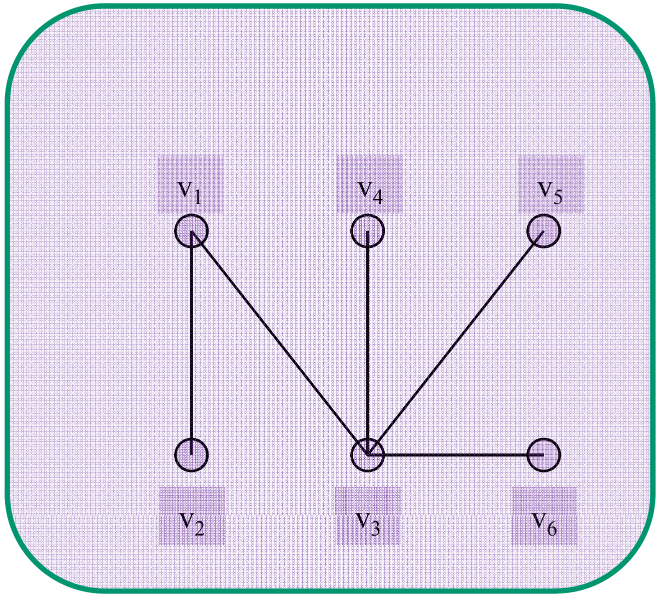
- G είναι **χωρίς κύκλο και εισαγωγή μιας πλευράς** δημιουργεί ένα μόνο κύκλο

Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους: ΔΕΕΚ

Ένα δένδρο επικάλυψης ενός γράφου είναι ένα δένδρο που συνδέει όλους τους κόμβους



Ένας γράφος G



Ένα δένδρο επικάλυψης του G

Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους

Έστω G=(V, E, W) ένας απλός συνεκτικός γράφος με βάρη στις ακμές

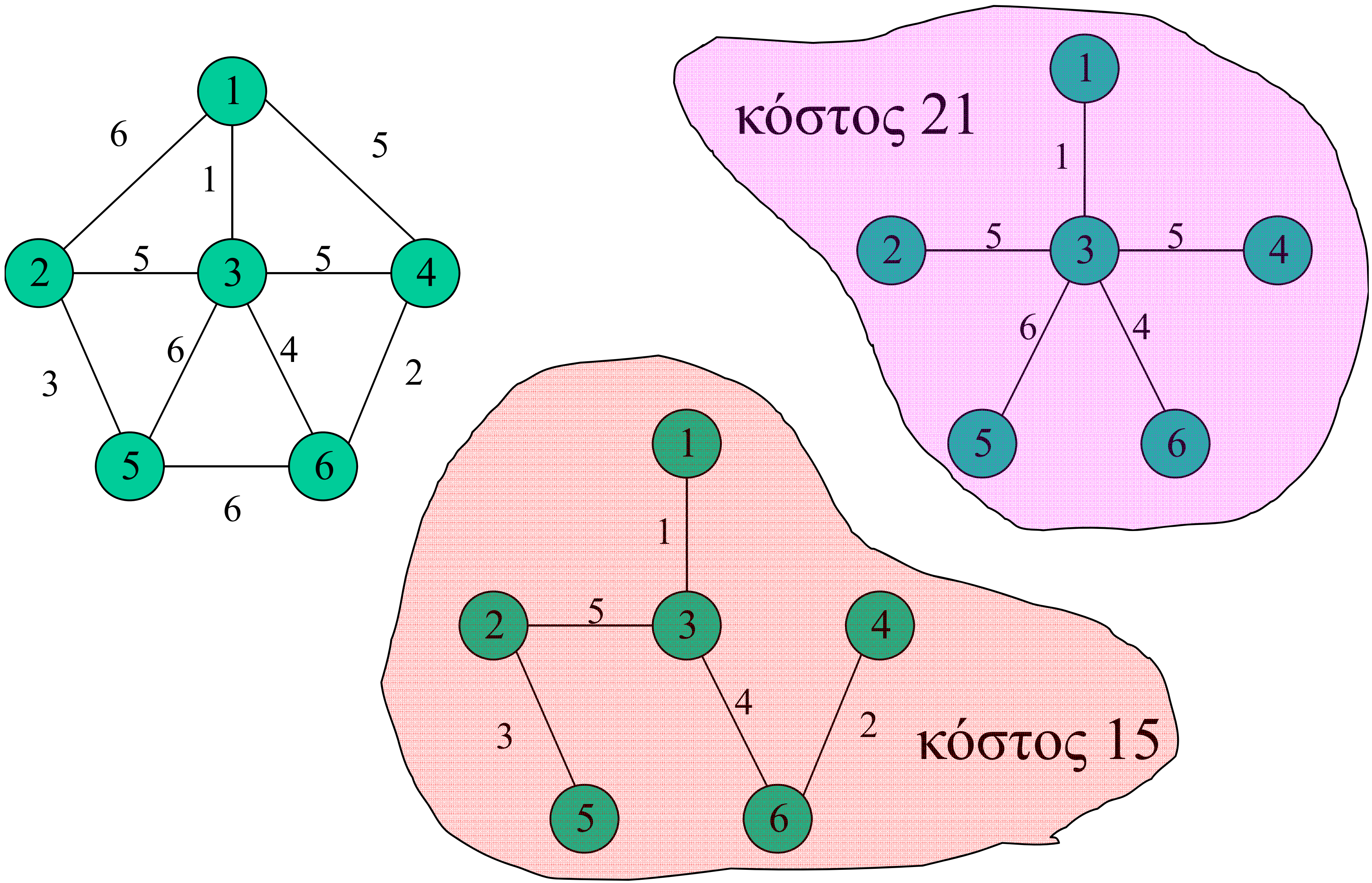
Ζητείται δένδρο επικάλυψης του G, του οποίου το συνολικό κόστος των πλευρών είναι ελάχιστο (ΔΕΕΚ)

(minimum cost spanning tree)

Ζητείται δένδρο επικάλυψης του G, του οποίου το συνολικό κόστος των πλευρών είναι μέγιστο (ΔΕΜΚ)

(maximum cost spanning tree)

Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους

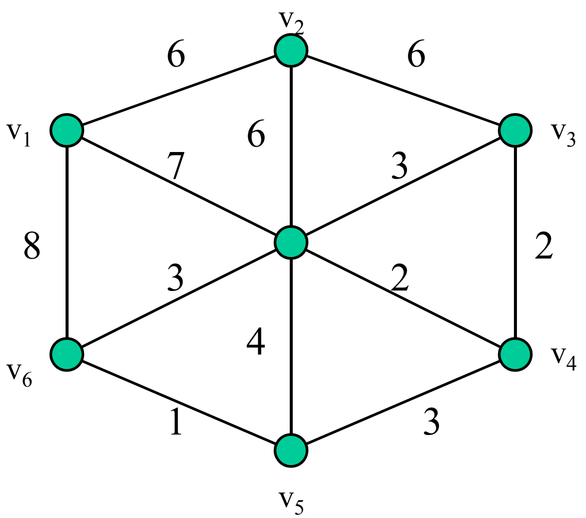


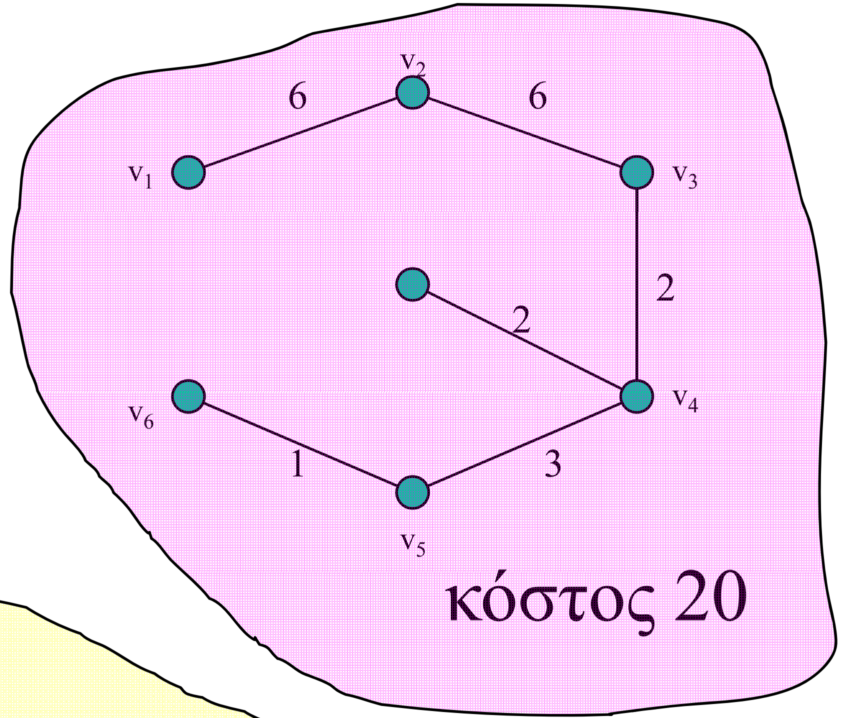
Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους

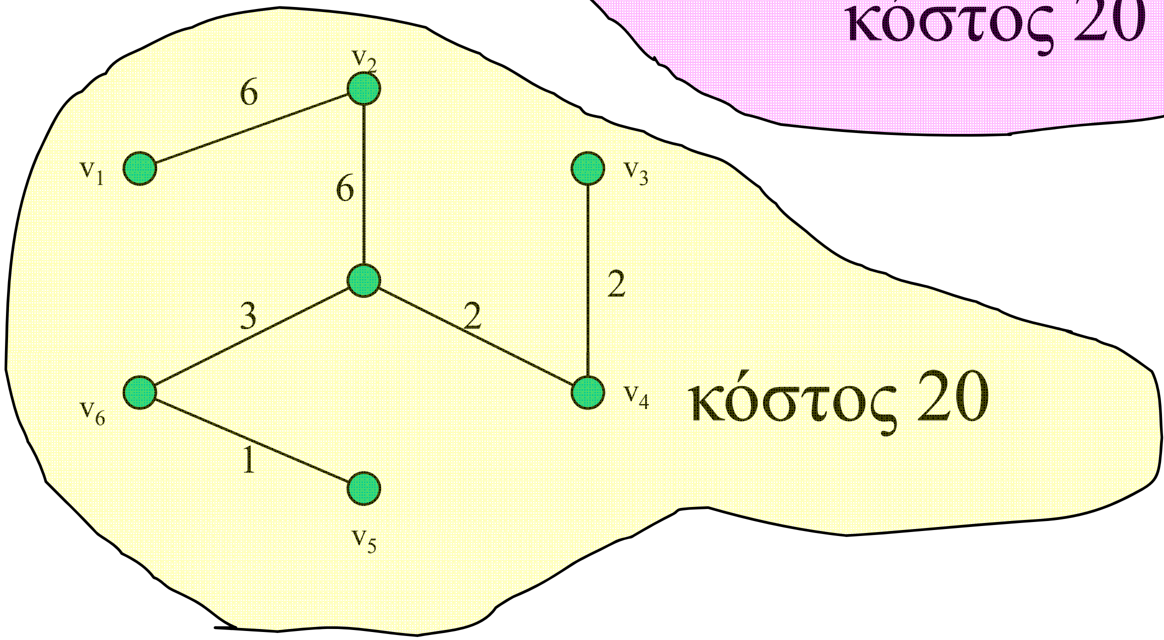
• Αν το βάρος κάθε πλευράς είναι 1, το πρόβλημα συνίσταται στο να βρούμε ένα οποιοδήποτε δένδρο επικάλυψης (κόστους n-1)

• Το ΔΕΕΚ δεν είναι αναγκαία μοναδικό

Δένδρα επικάλυψης ελάχιστου κόστους







Δένδρα επικάλυψης

Σε ένα πλήρη γράφο, ο αριθμός των δένδρων επικάλυψης είναι ακριβώς n^{n-2}, οπου n είναι η τάξη του γράφου (Θεώρημα Cayley)

n	1	2	3	4	5	6	7	8	10
ΔΕΕΚ	1	1	3	16	125	1296	16807	262144	10^8

Το πρόβλημα όμως είναι πολυωνυμικό!

Minimum spanning tree

Άσκηση: Αν τα βάρη στο γράφο είναι διαφορετικά τότε το minimum spanning tree είναι μοναδικό.

G=(X,A,W)

X={x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6}

(Υπενθύμιση)

Λίστες γειτνίασης με πίνακες

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
head	1	3	6	7	8	9	10

	1=κ	2	3	4	5	6	7	8	9	10
succ	x_2	x_3	x_4	x_3	x_6	x_6	x_5	x_2	x_4	0

weight	w_{12}	w_{13}	w_{24}	w_{23}	w_{26}	w_{36}	w_{45}	w_{52}	w_{64}

Επόμενοι κόμβοι του x_i

for k:=head[x_i] to head[x_{i+1}]-1

print(succ[k],w[k])