

Τοπολογική Τξινόμηση (Topological Sort)

Input:

- $G=(X,U)$, κατευθυνόμενος, $|X|=n$, $|U|=m$
- Συνεκτικός γράφος, χωρίς κύκλο (Directed Acyclic Graph: **DAG**)

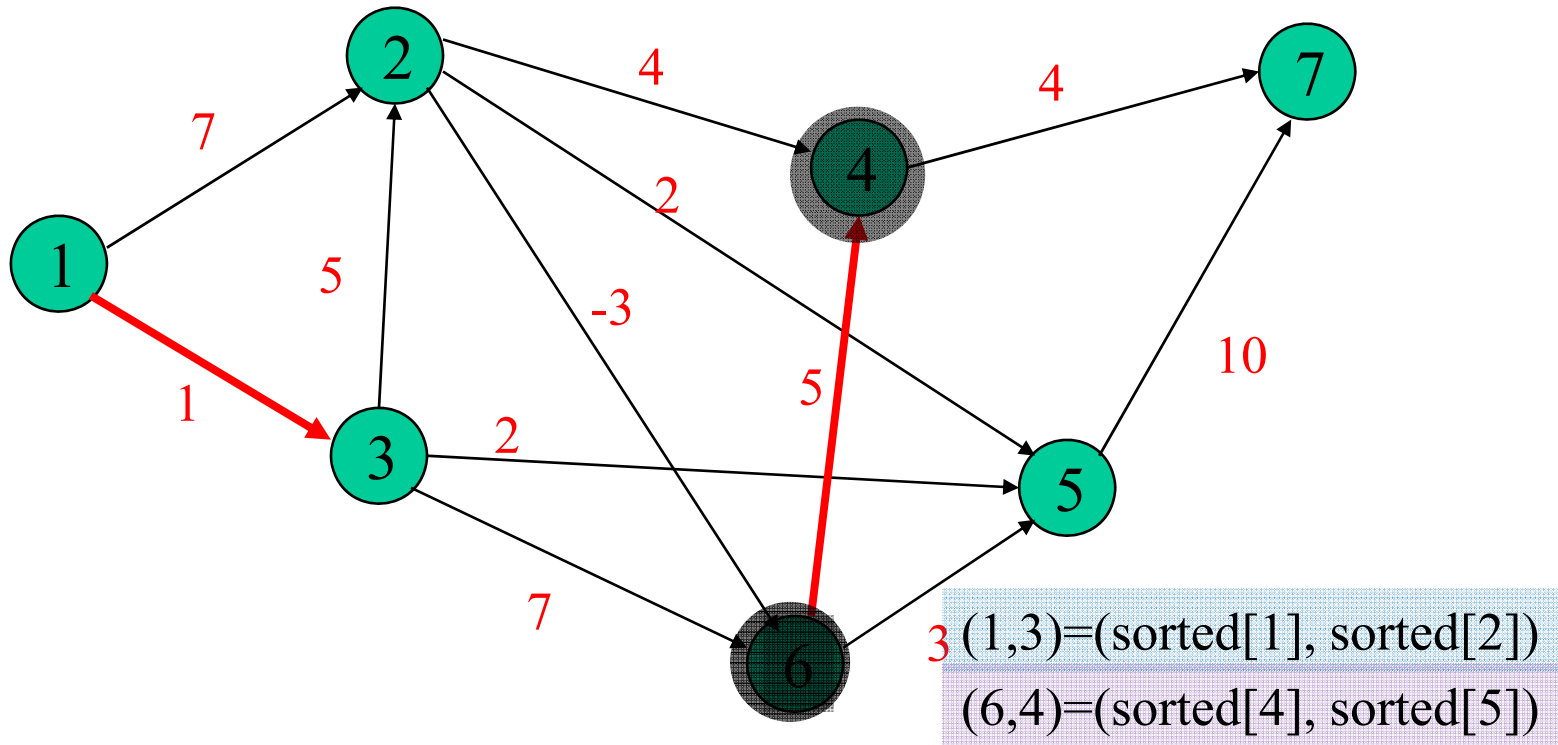
Output:

Τοποθέτηση των κόμβων σε ένα πίνακα **Sorted** έτσι ώστε να έχουμε για $i < j$ και για κάθε τόξο $(u, v) \in U$

$(u,v)=(\text{sorted}[i], \text{sorted}[j])$

→ χρησιμότητα: επιτάχυνση αλγορίθμων

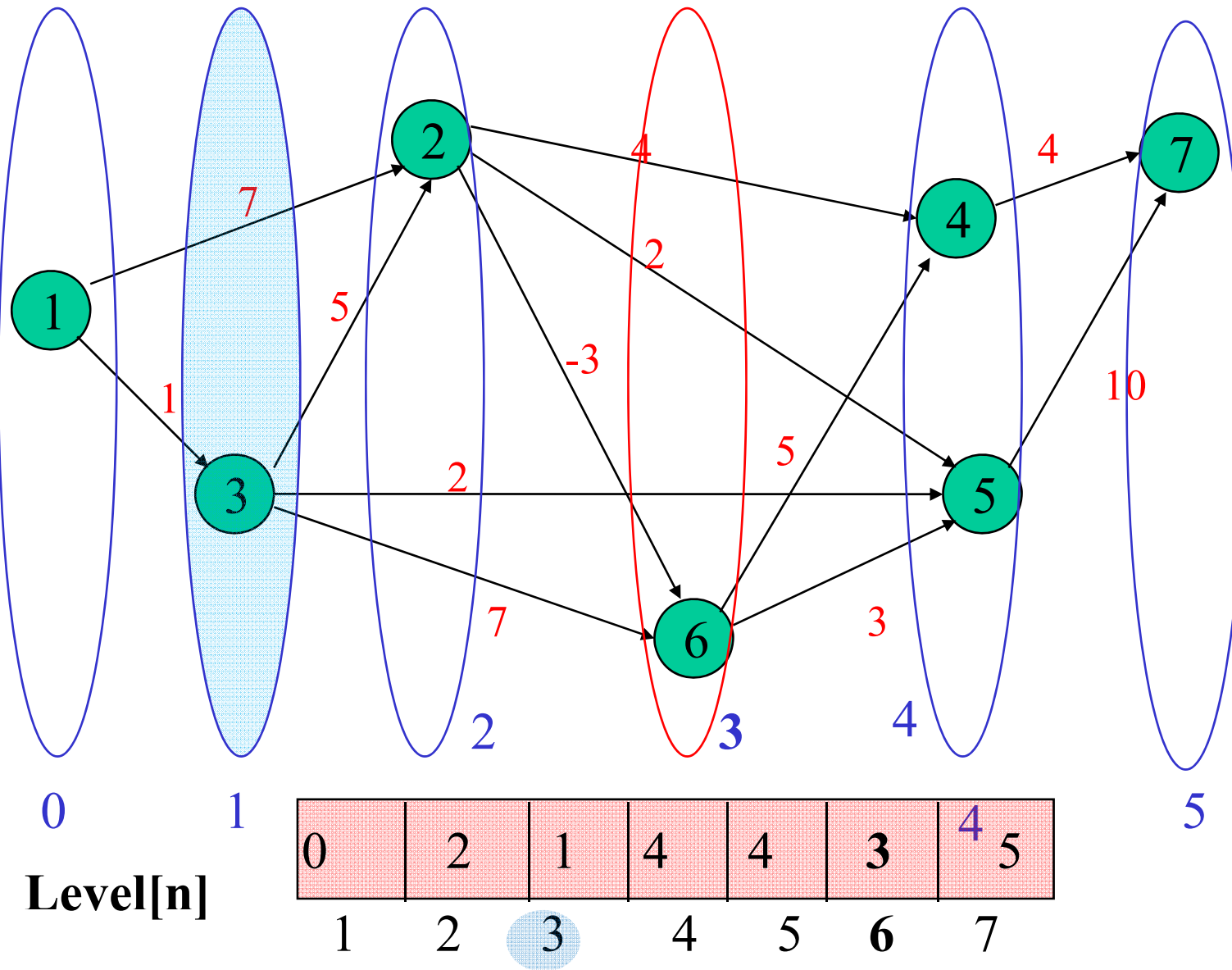
Παράδειγμα (γράφος χωρίς κύκλο)/(Topological Sort)



Sorted[n]

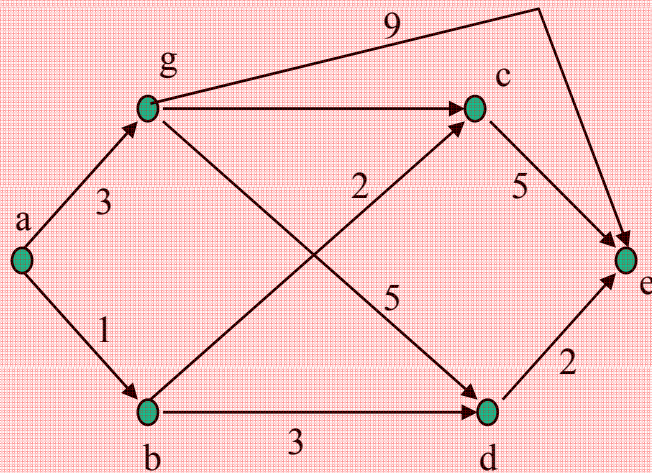
1	3	2	6	4	5	7
1	2	3	4	5	6	7

Τοπολογική Ταξινόμιση/Levels



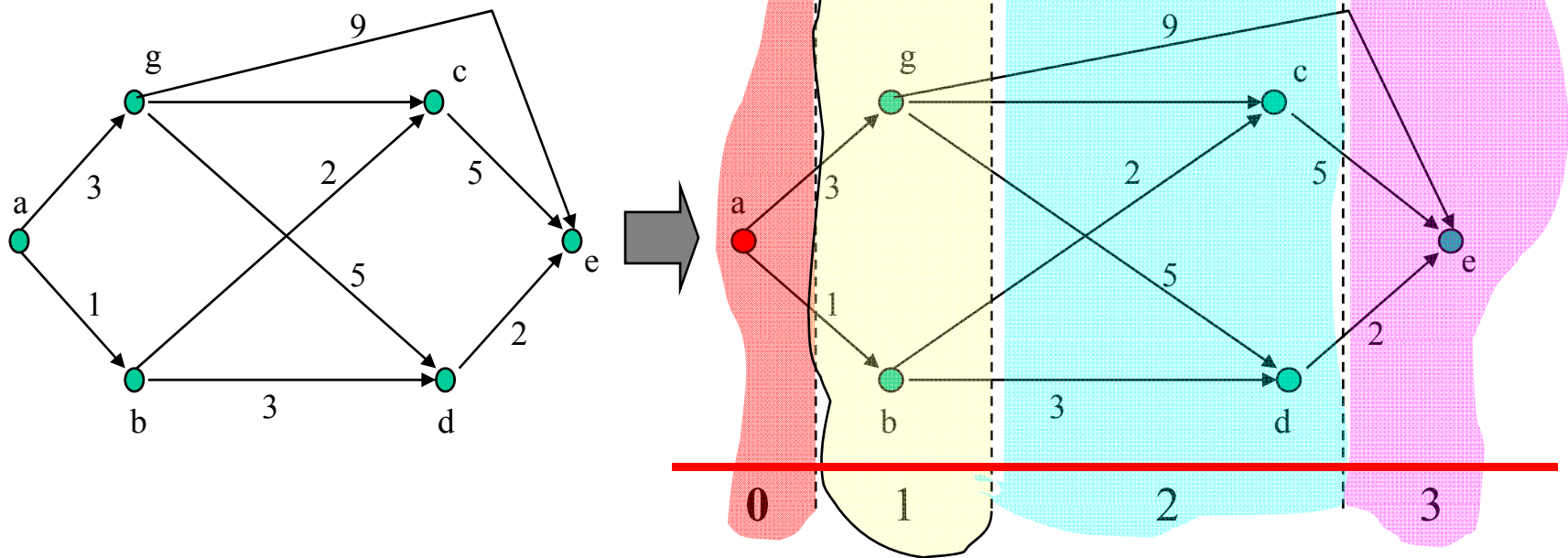
Αλγόριθμος Τοπολογικής Ταξινόμησης

- Διαίρεση σε επίπεδα $\rightarrow O(m)$

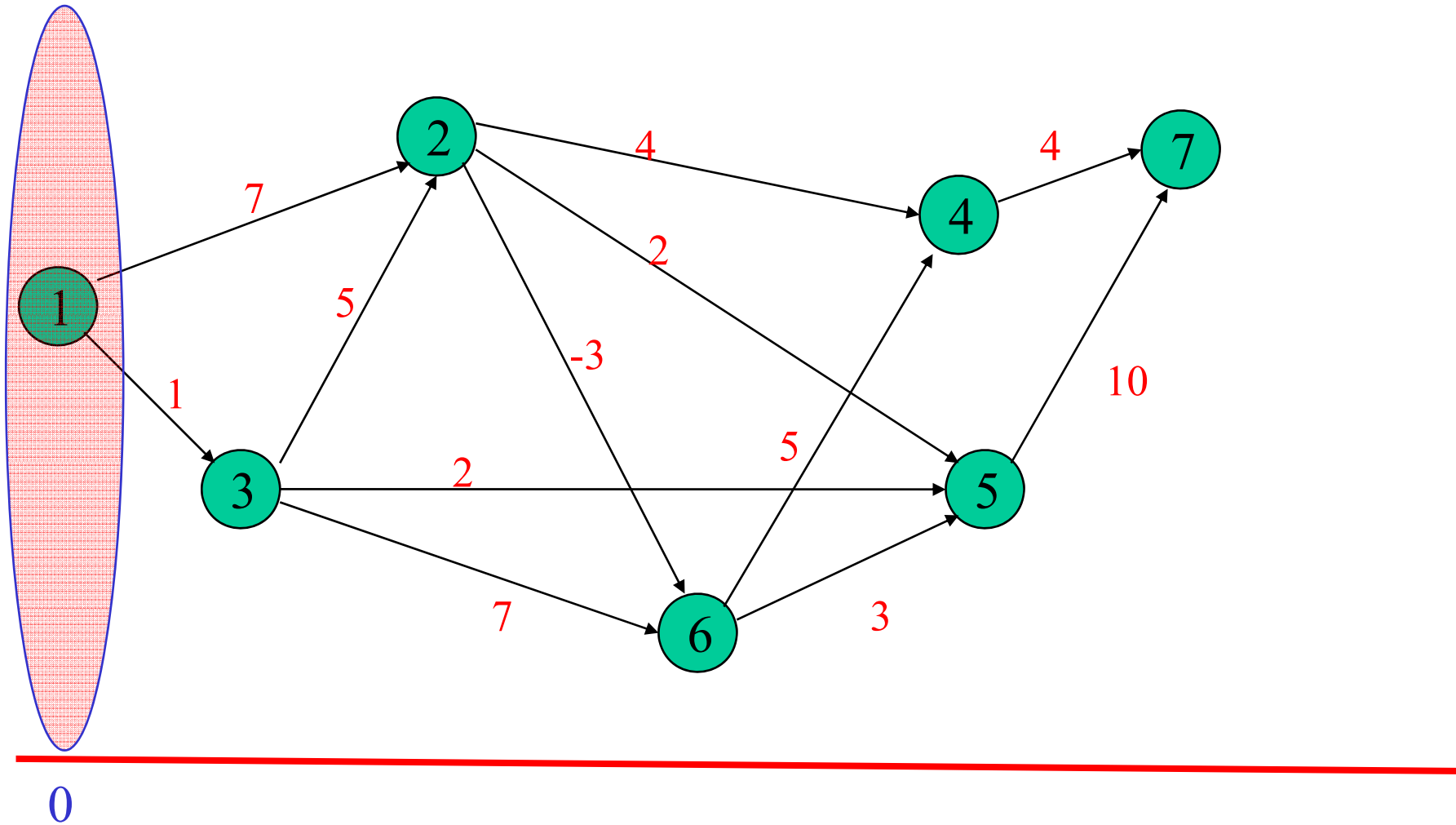


Αλγόριθμος Τοπολογικής Ταξινόμησης

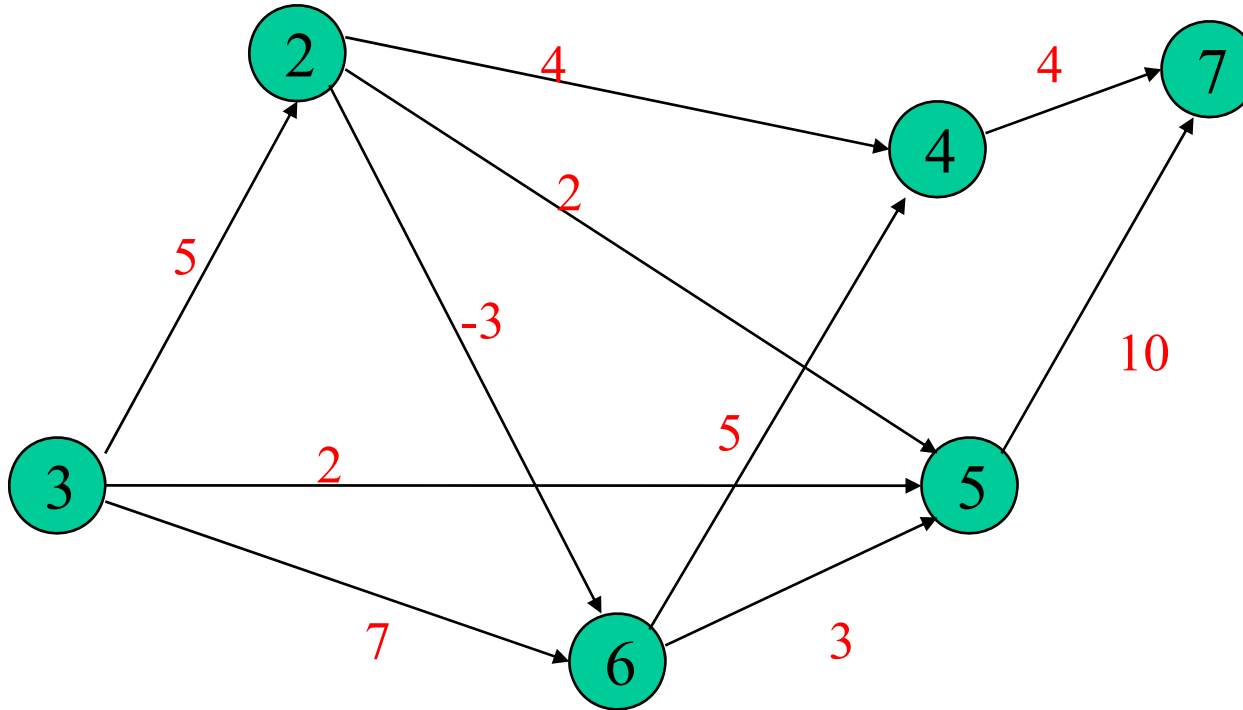
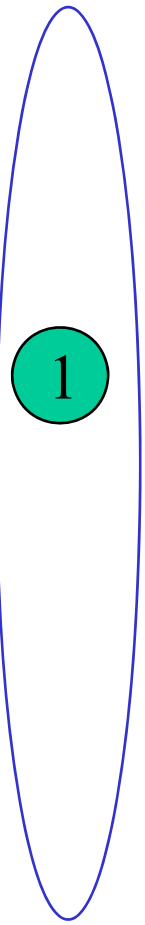
- Διαίρεση σε επίπεδα $\rightarrow O(m)$



Τοπολογική Ταξινόμιση/Αλγόριθμος

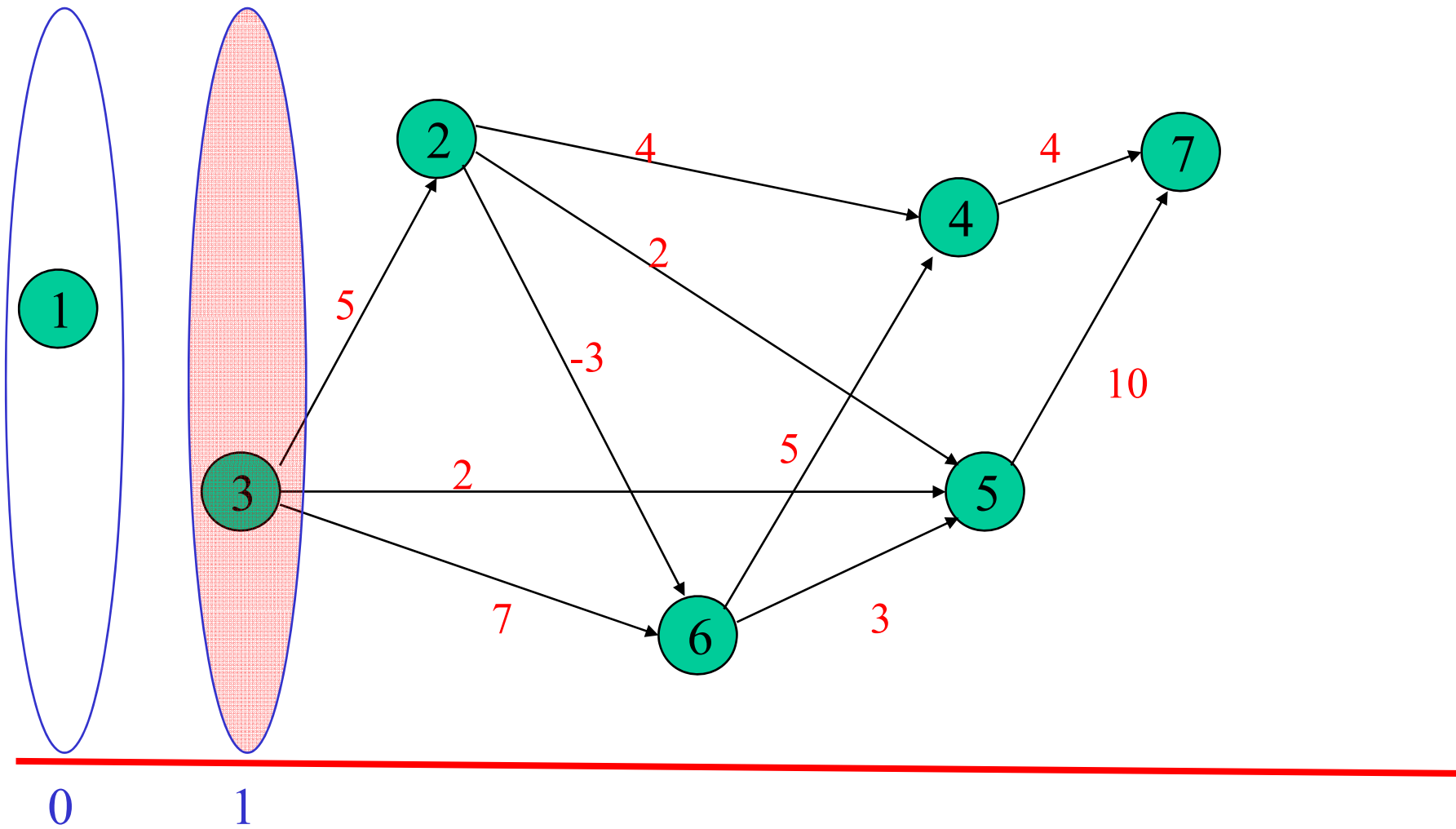


Τοπολογική Ταξινόμηση / Αλγόριθμος

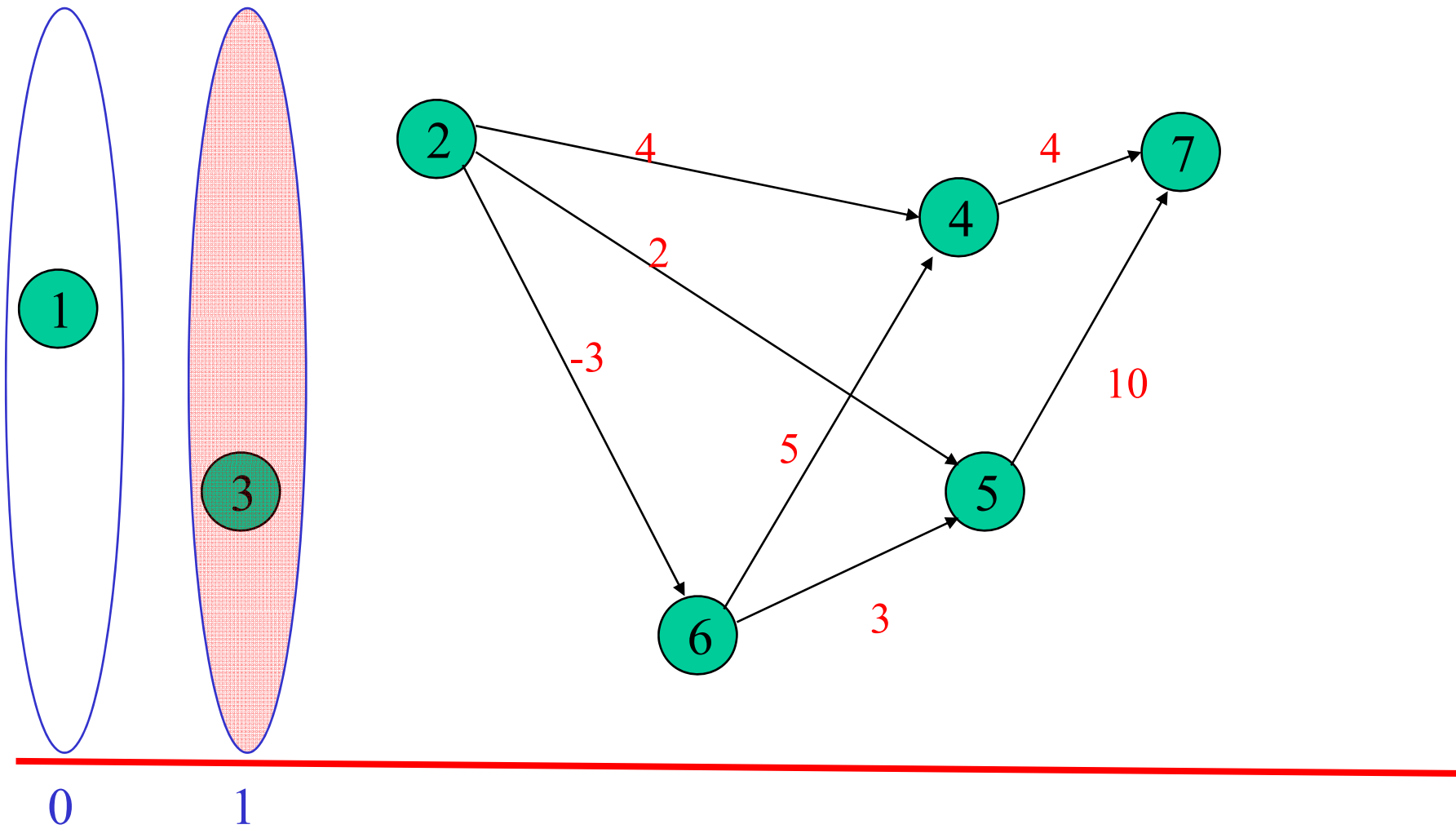


0

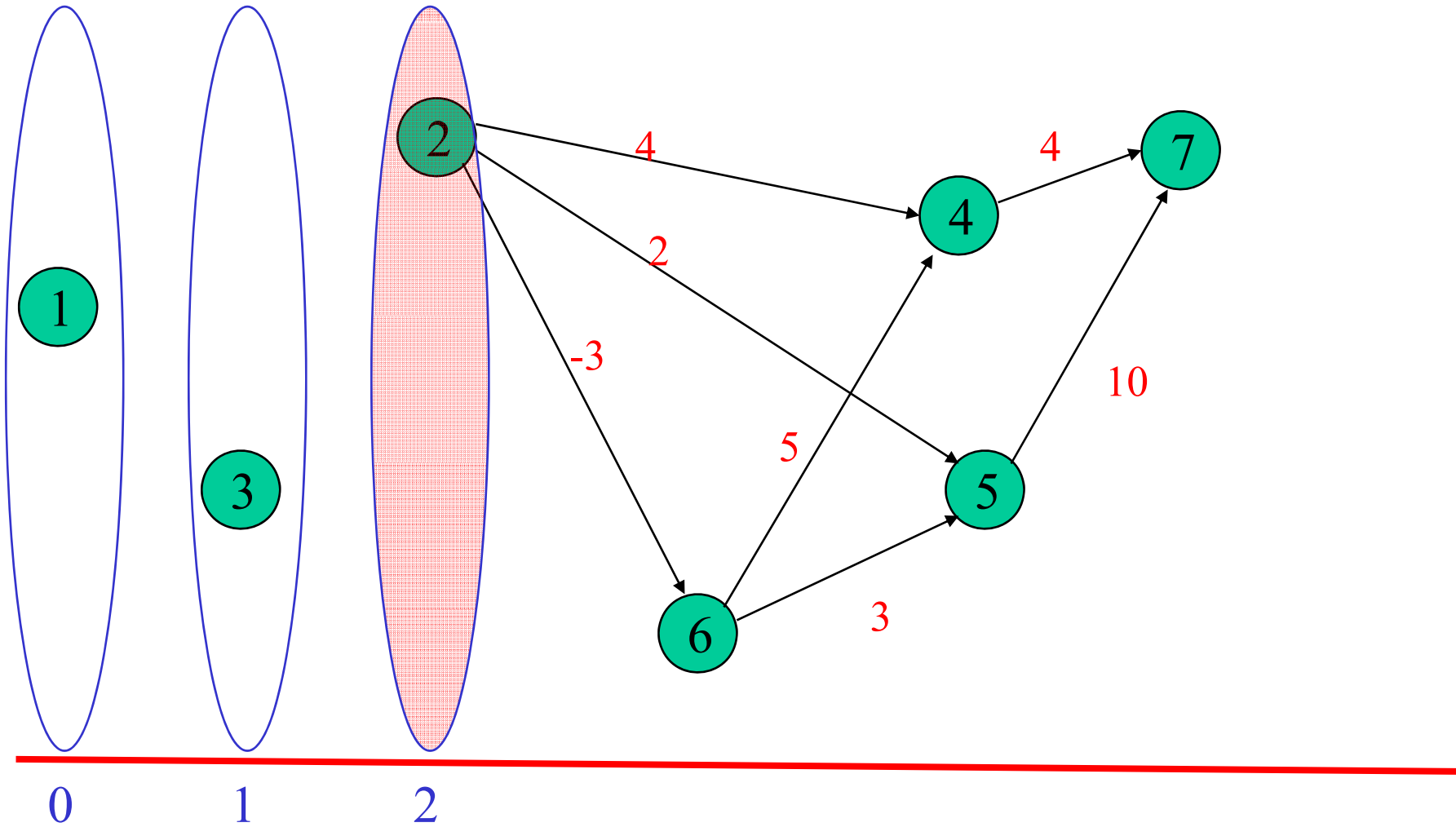
Τοπολογική Ταξινόμηση / Αλγόριθμος



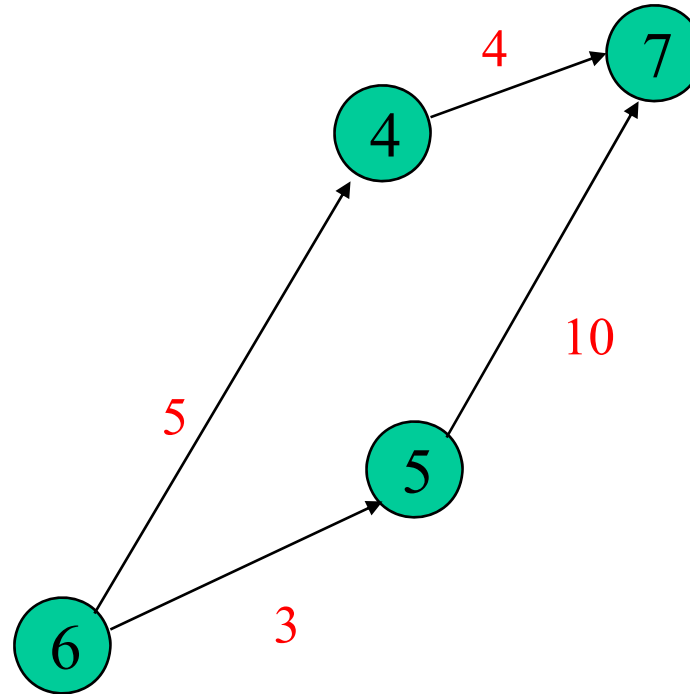
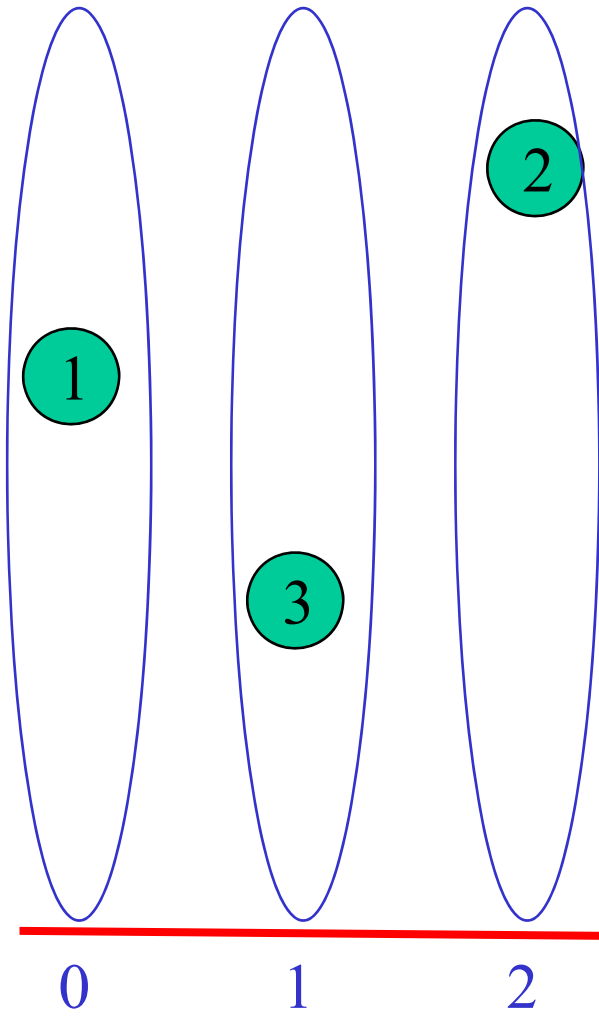
Τοπολογική Ταξινόμηση / Αλγόριθμος



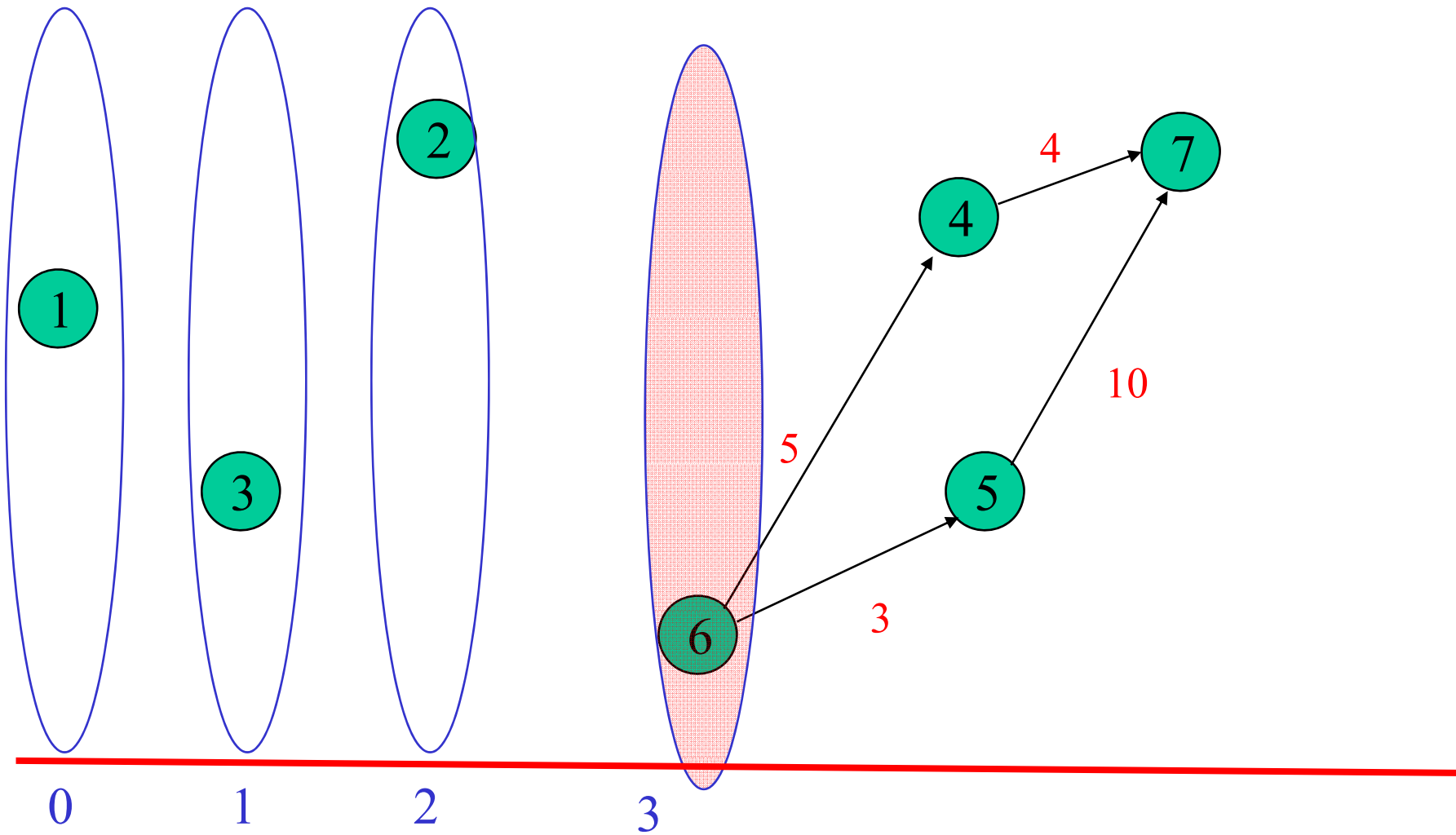
Τοπολογική Ταξινόμηση / Αλγόριθμος



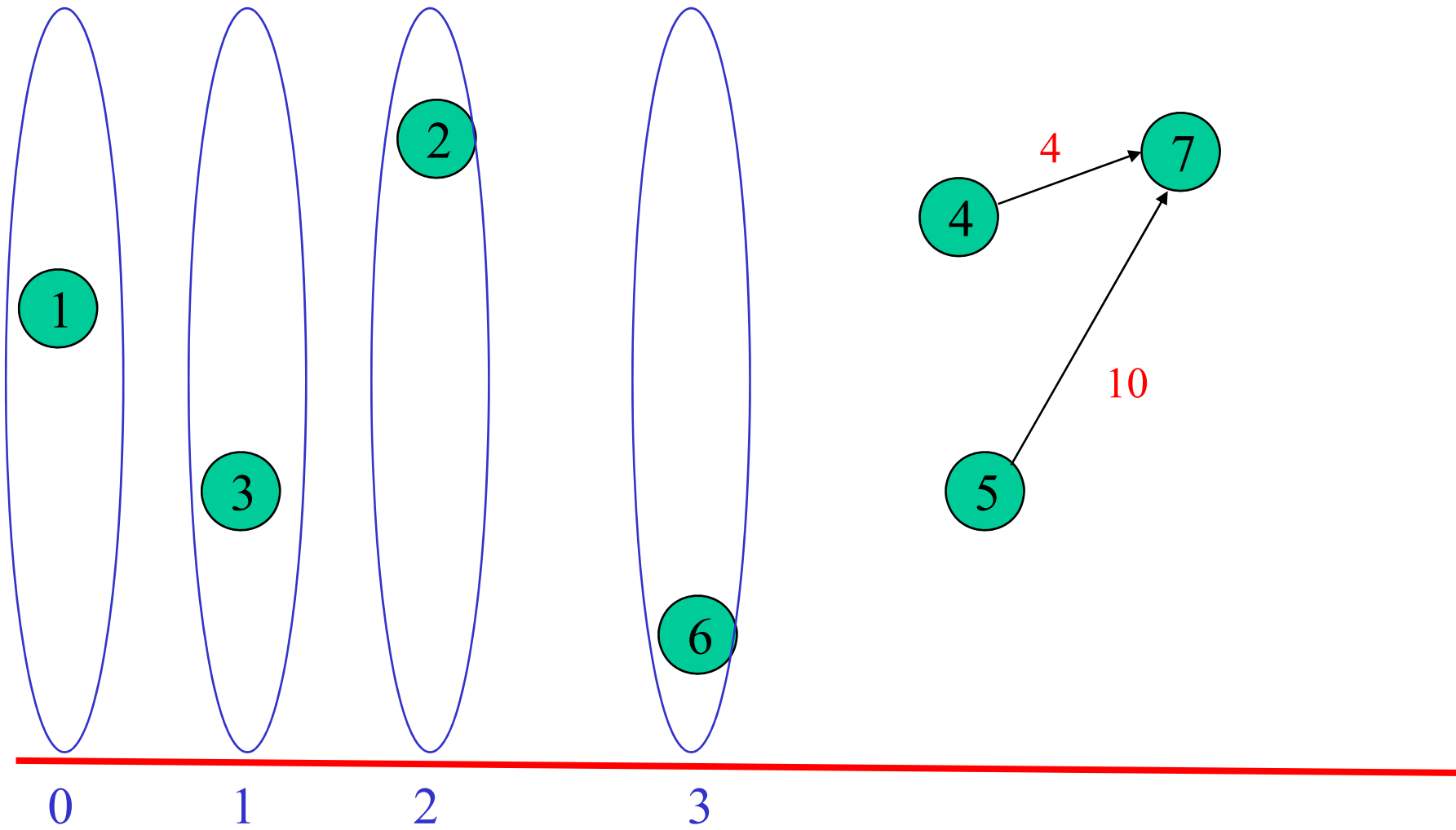
Τοπολογική Ταξινόμηση / Αλγόριθμος



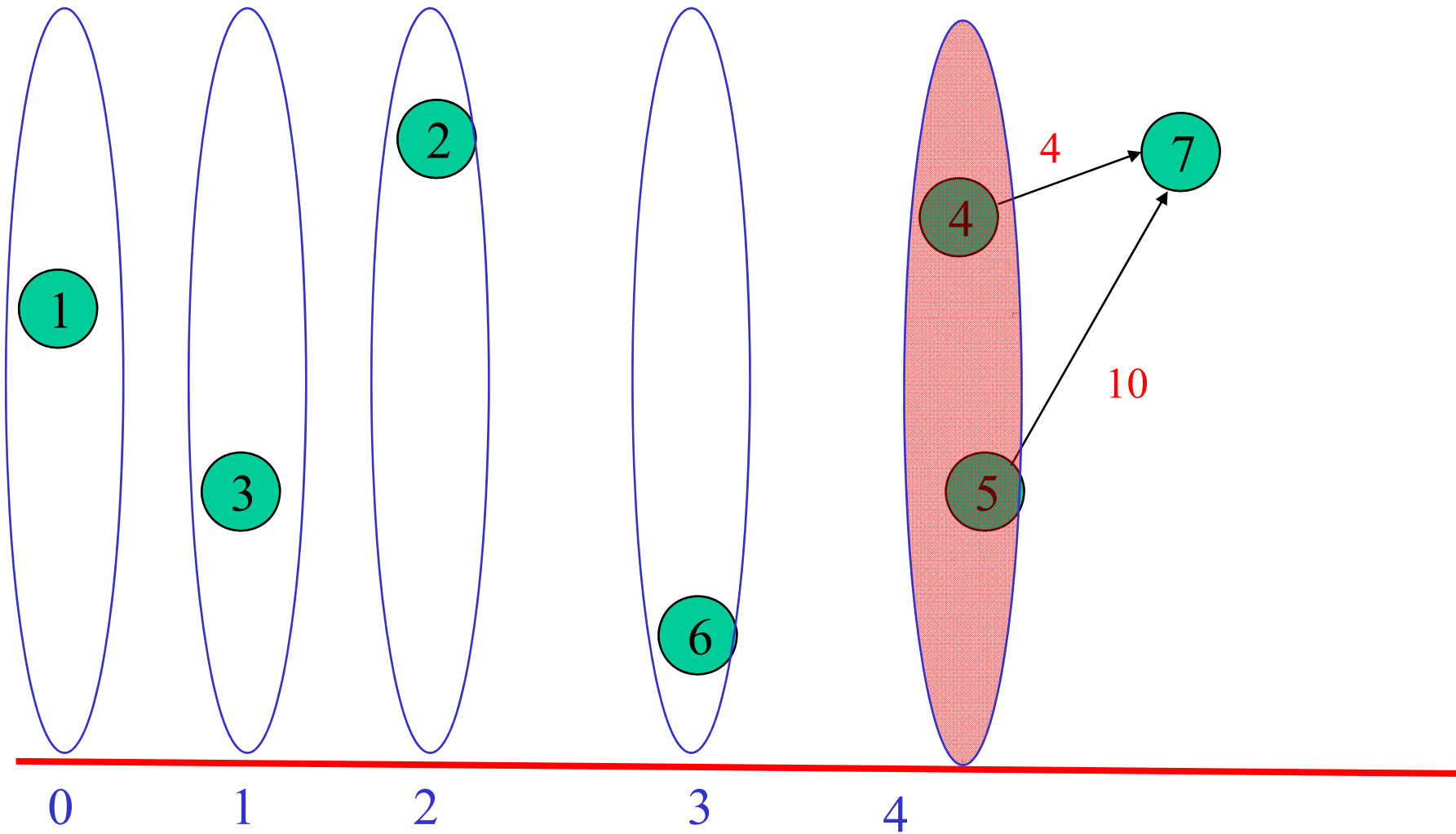
Τοπολογική Ταξινόμηση / Αλγόριθμος



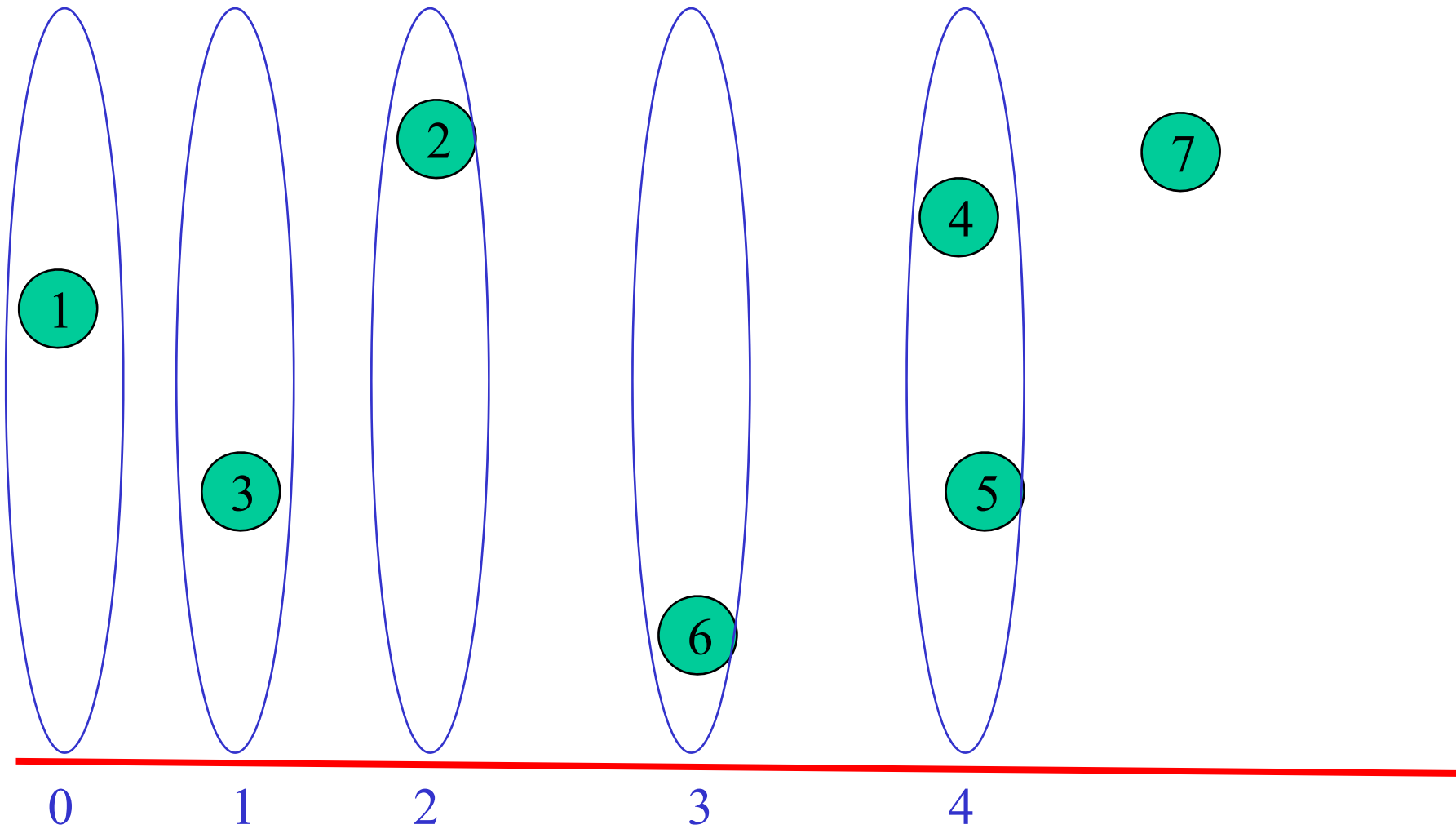
Τοπολογική Ταξινόμηση / Αλγόριθμος



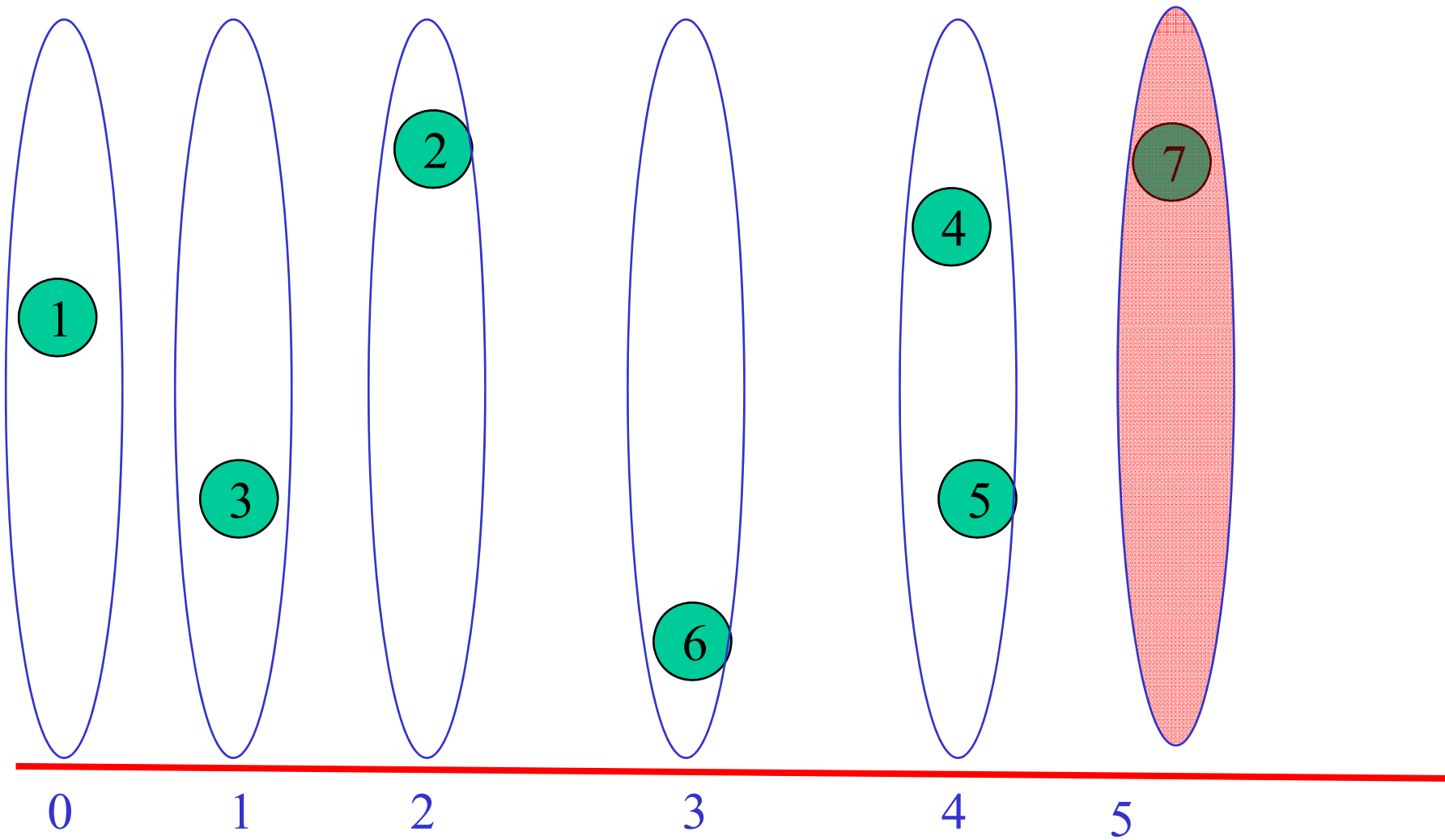
Τοπολογική Ταξινόμηση / Αλγόριθμος



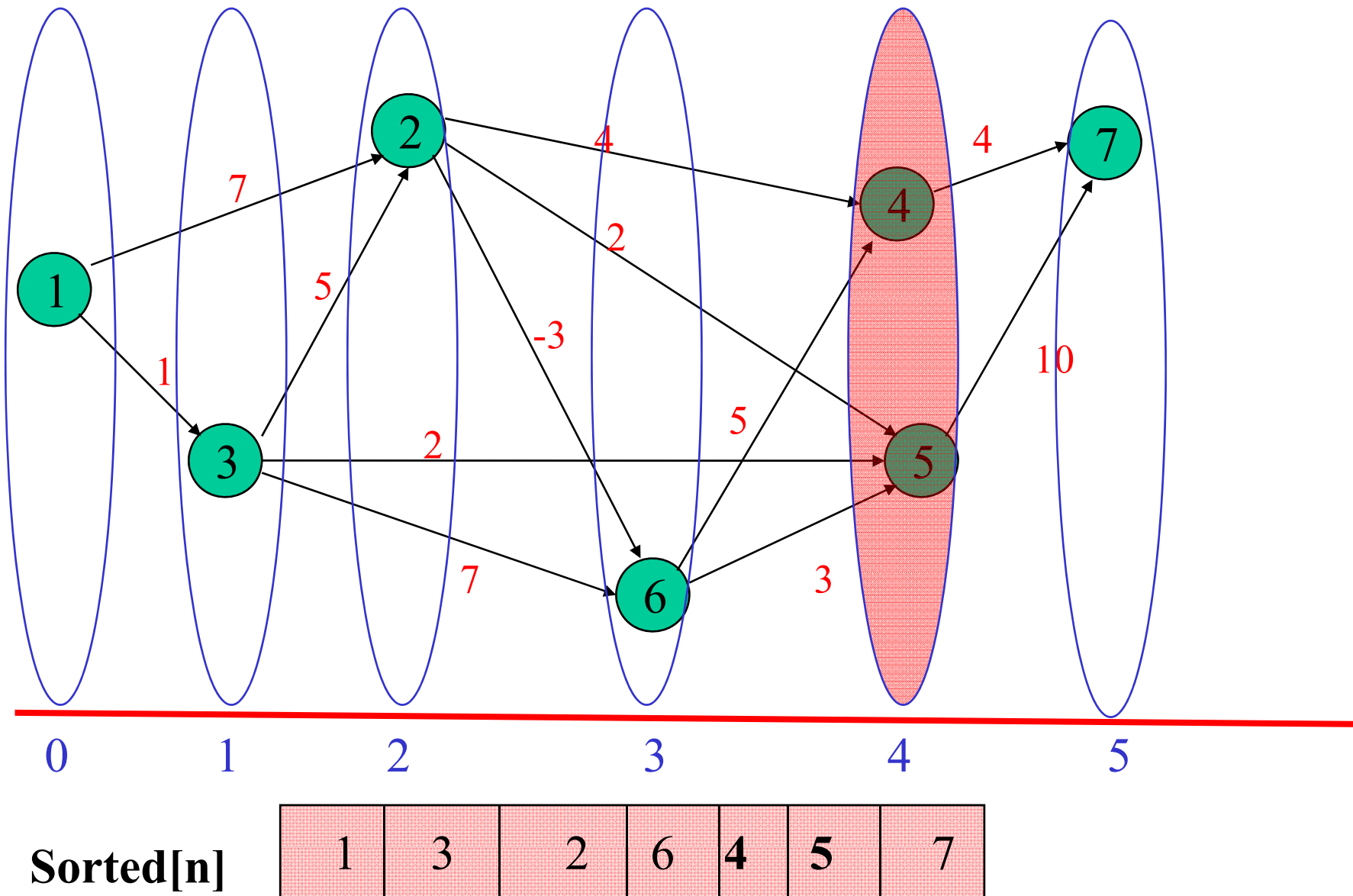
Τοπολογική Ταξινόμηση / Αλγόριθμος



Τοπολογική Ταξινόμιση / Αλγόριθμος



Τοπολογική Ταξινόμιση



Αλγόριθμος Τοπολογικής Ταξινόμησης

- Υπολογισμός των Εσωτερικών βαθμών όλων των κόμβων (Array InDegree[])
- Θέσε όλους τους κόμβους με $\text{InDegree}[x]=0$ σε μία ουρά Q
- Δώσε επίπεδο μηδέν στους κόμβους x

Αλγόριθμος Τοπολογικής Ταξινόμησης

- Όσο η Q non empty επανέλαβε

- Αύξησε το επίπεδο

- Για όλους τους κόμβους x που είναι ήδη στην Q

- Αφαίρεσε από την Q τον x

- Για κάθε διάδοχο y του x

- Μείωσε τον εσωτερικό βαθμό του y

- Αν **InDegree**[y]=0

- Δώσε στον y το τρέχον επίπεδο

- Βάλε τον y στην ουρά Q

Πολυπλοκότητα (Topological Sort)

- Κωδικοποίηση του γράφου με λίστες γειτνίασης με πίνακες
 - Υπολογισμός σε $O(m)$ του πίνακα InDegree
- Συνολική πολυπλοκότητα: $O(m)$