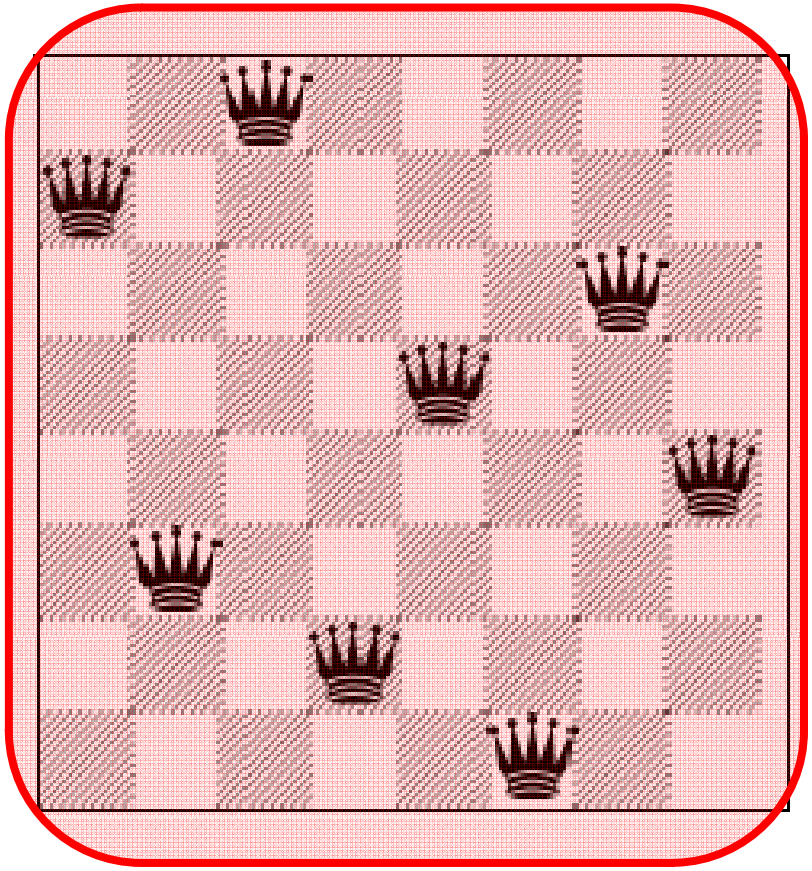
Τεχνικές Σχεδίασης Αλγορίθμων

- Divide and Conquer
  (Merge Sort, QSort,...)
- Greedy algorithms
  (Prim, Kruskal, Huffman,…)
- Dynamic Programming
  (Bellman, LCS,…)
- Backtracking
  (κ-Queens, TSP,…)

Πλήρης Αναζήτηση
(Exhaustive search)

Πλήρης αναζήτηση = Απαρίθμηση όλων των λύσεων!

Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens

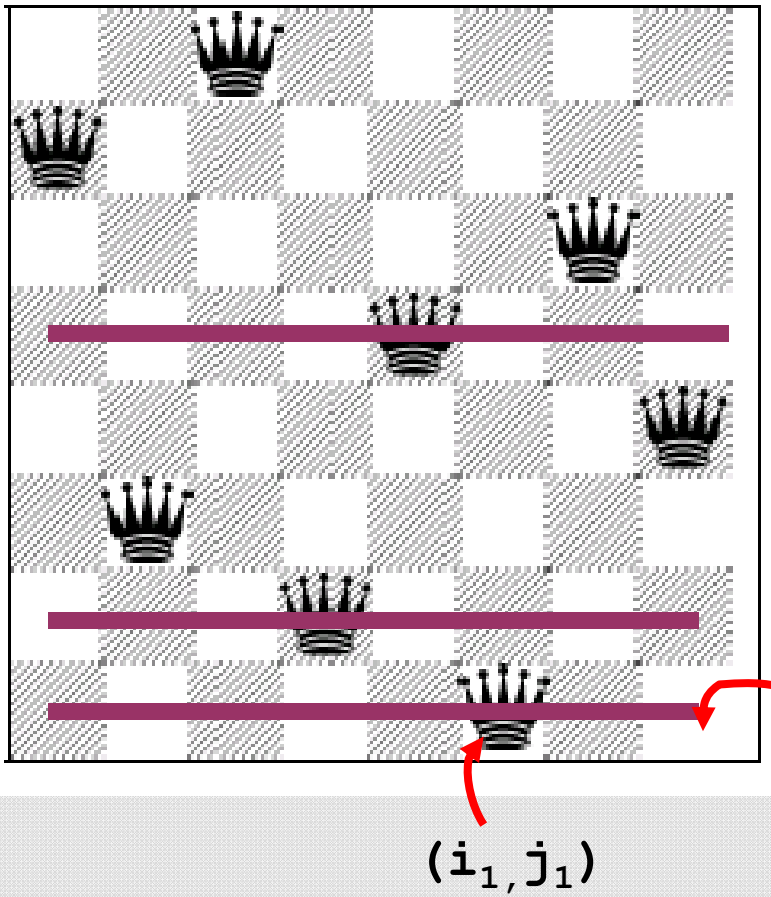


n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα

instance: 8 βασίλισσες σε 8 x 8 σκακιέρα

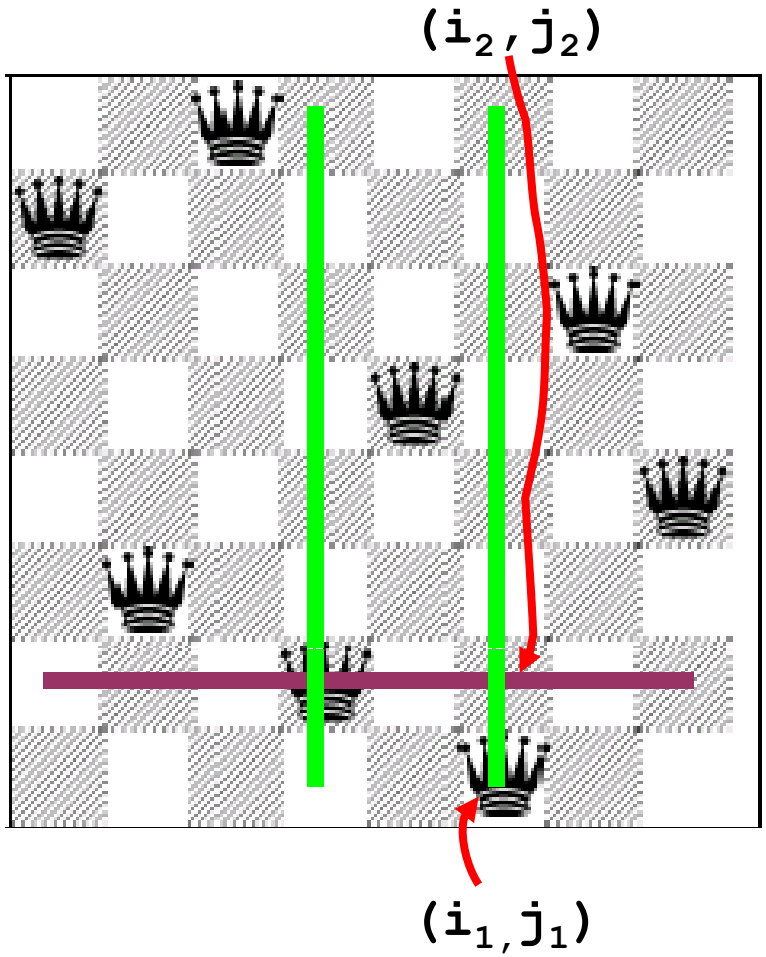
Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens

8 βασίλισσες σε 8 x 8 σκακιέρα



Conflict$(i_1, j_1)$and(i_2, j_2):
$(i_1 = i_2)$

Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens

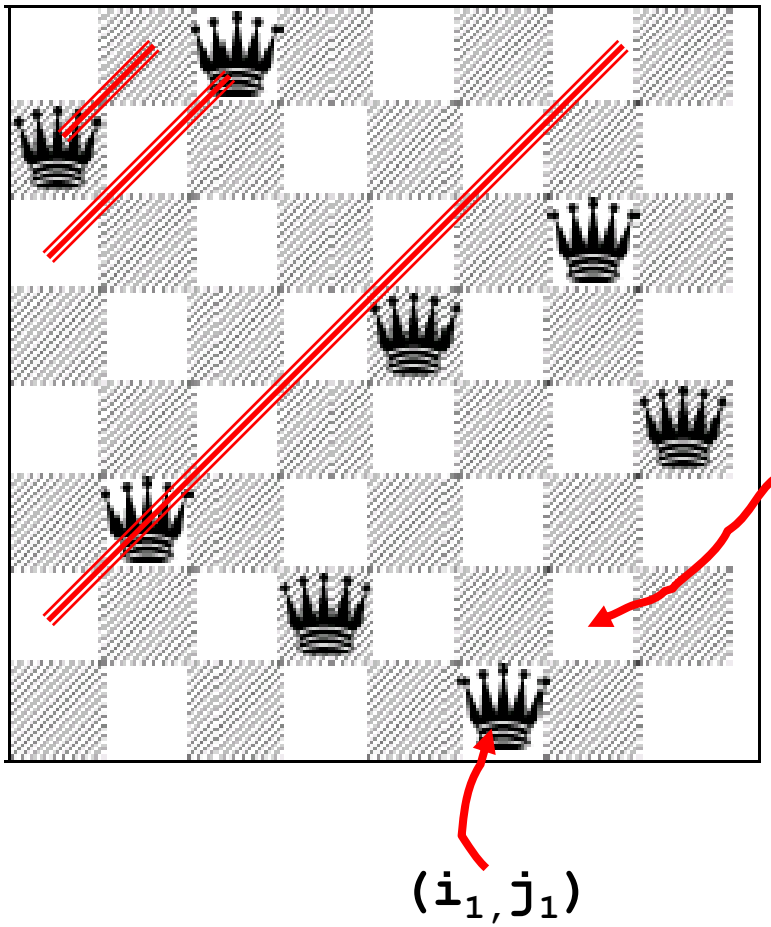


8 βασίλισσες σε 8 x 8 σκακιέρα

```
Conflict(i1,j1)and(i2,j2):
(i1 = i2) OR
(j1 = j2)
```

Πλήρης απαρίθμηση: n Queens

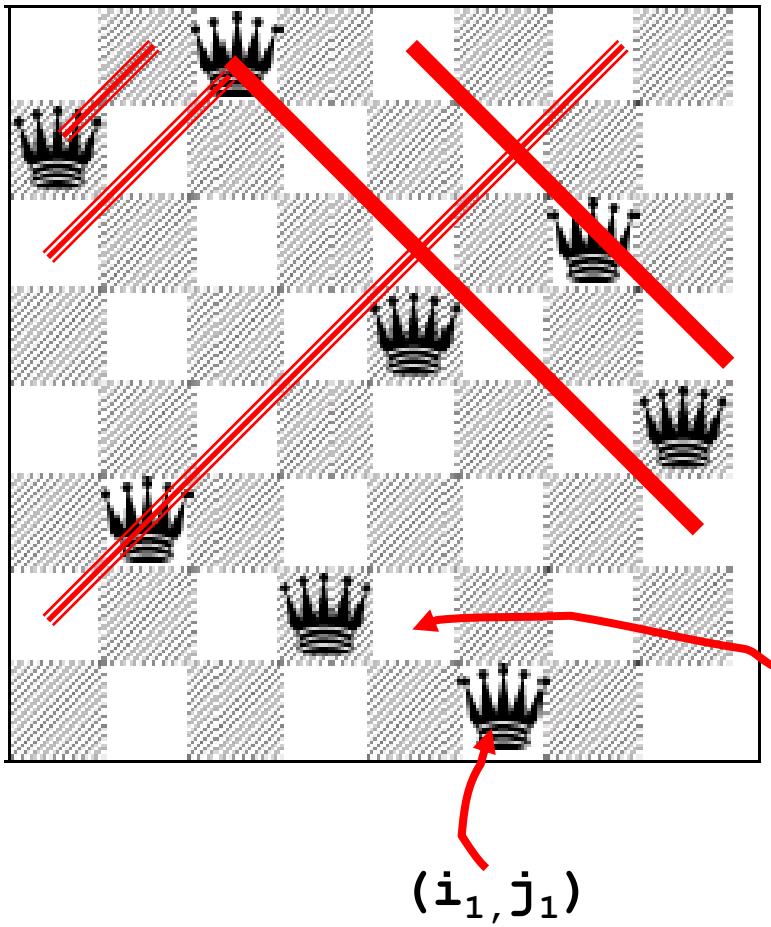
8 βασίλισσες σε 8 x 8 σκακιέρα




```
Conflict(i1,j1)and(i2,j2):
(i1 = i2) OR
(j1 = j2) OR
(abs(i1-i2) = abs(j1-j2))
```

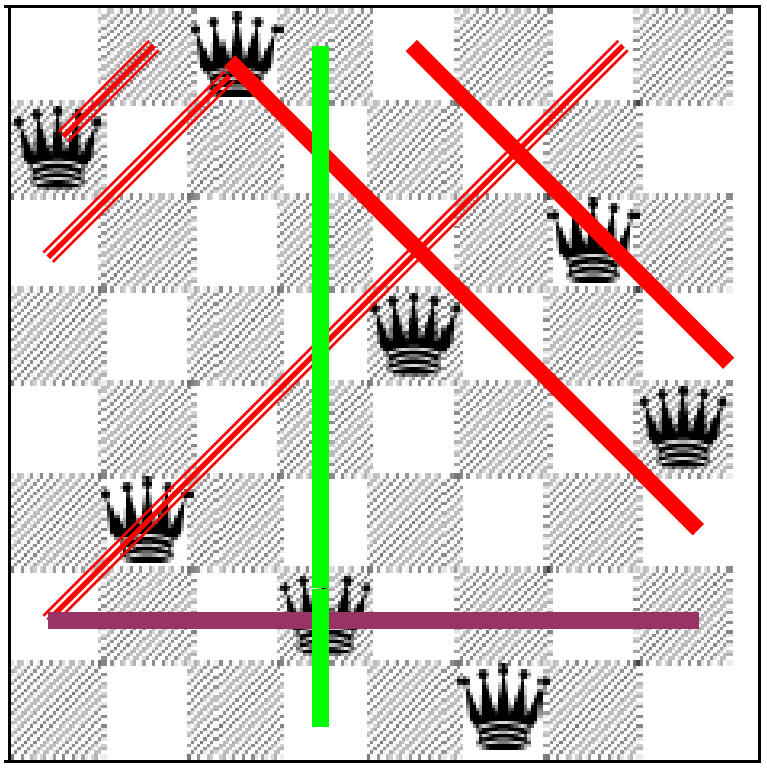
Πλήρης απαρίθμηση: n Queens

8 βασίλισσες σε 8 x 8 σκακιέρα




```
Conflict(i1,j1)and(i2,j2):
(i1 = i2) OR
(j1 = j2) OR
(abs(i1-i2) = abs(j1-j2))
```

Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens

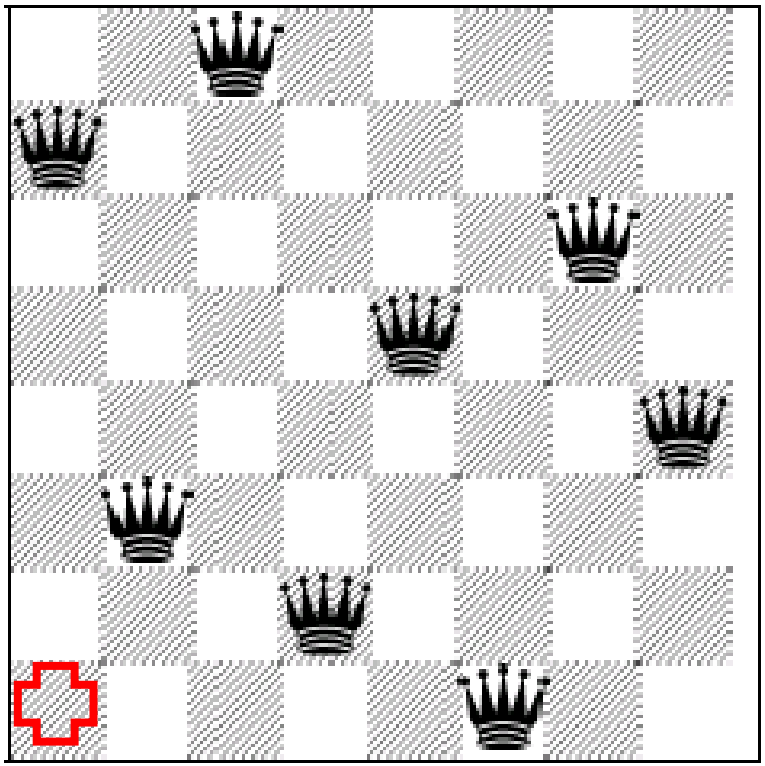


8 βασίλισσες σε 8 x 8 σκακιέρα

n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα

```
Conflict(i1,j1)and(i2,j2):
(i1 = i2) OR
(j1 = j2) OR
(abs(i1-i2) = abs(j1-j2))
```

Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens

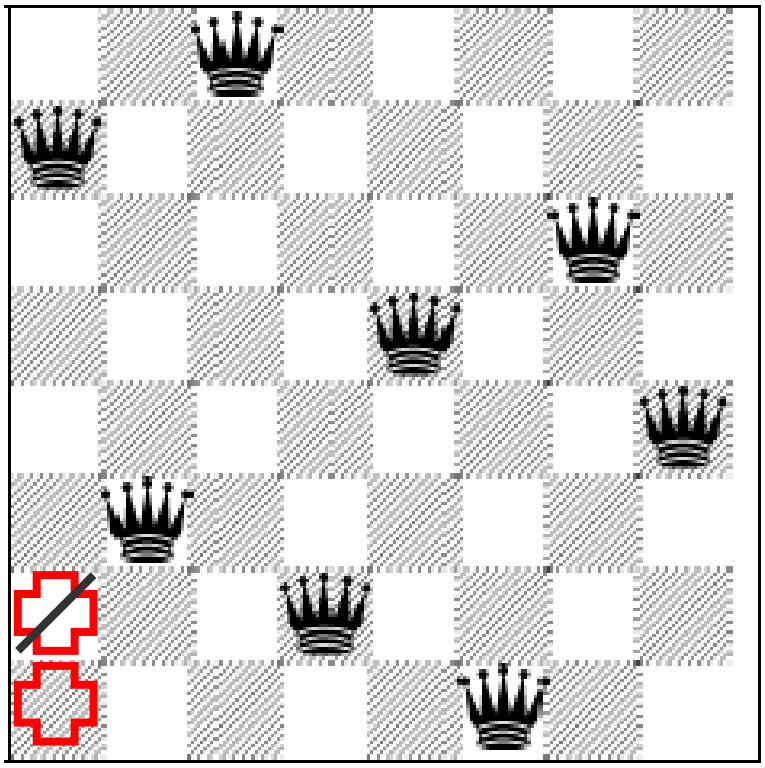


(1, Pos[1])

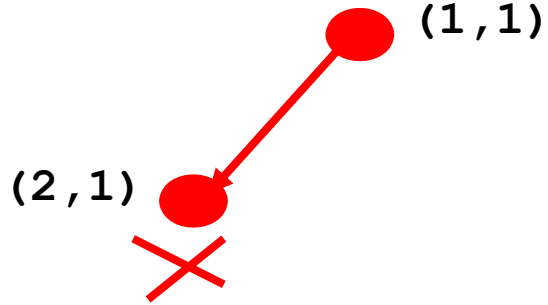
n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα

(1,1)

Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens

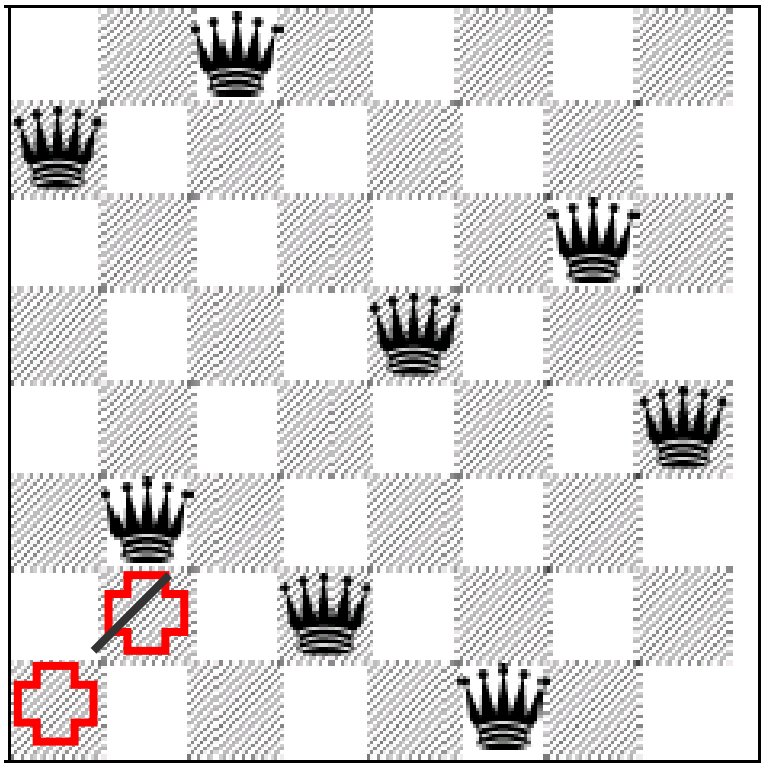


n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα

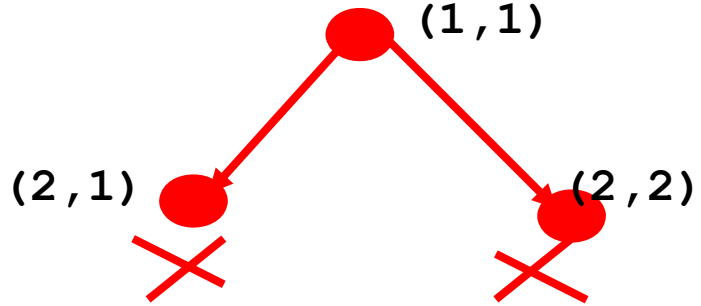


(1, Pos[1]), (2, Pos[2])

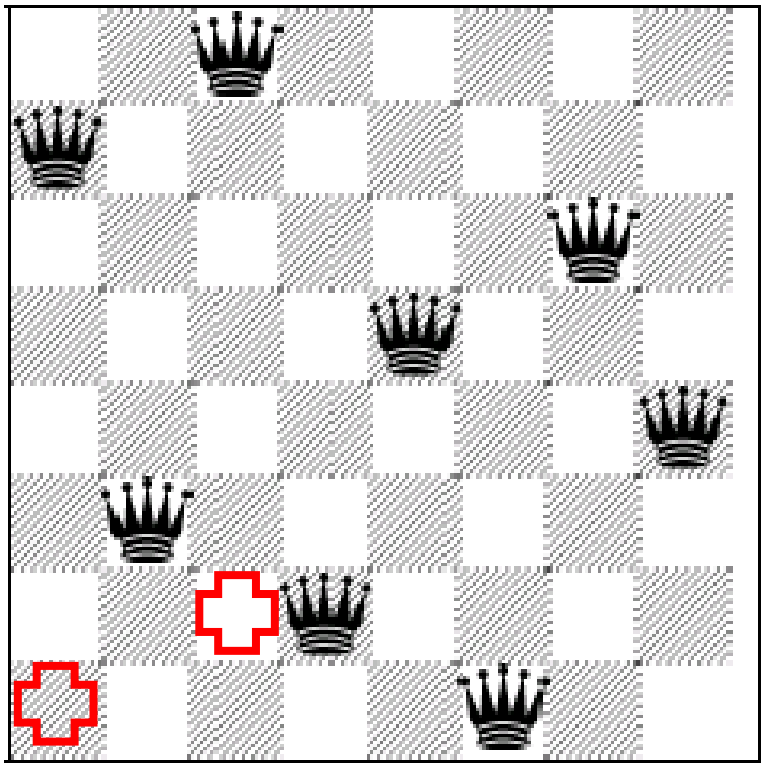
Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens



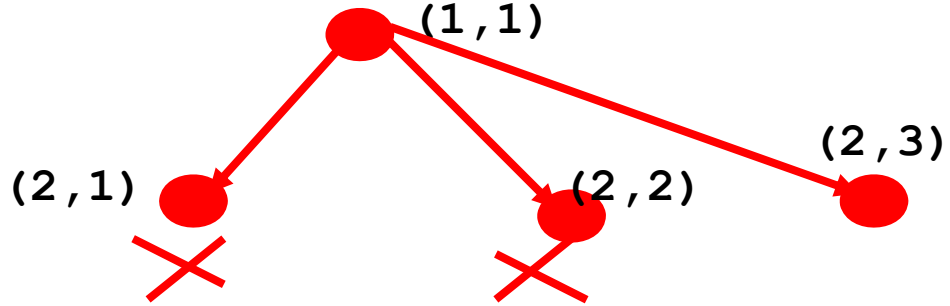
n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα



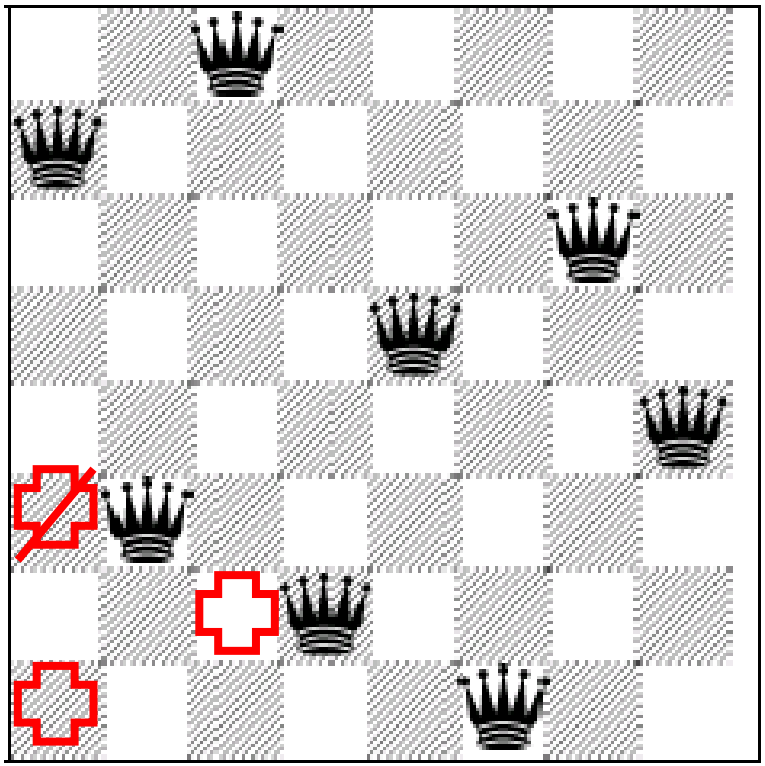
Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens



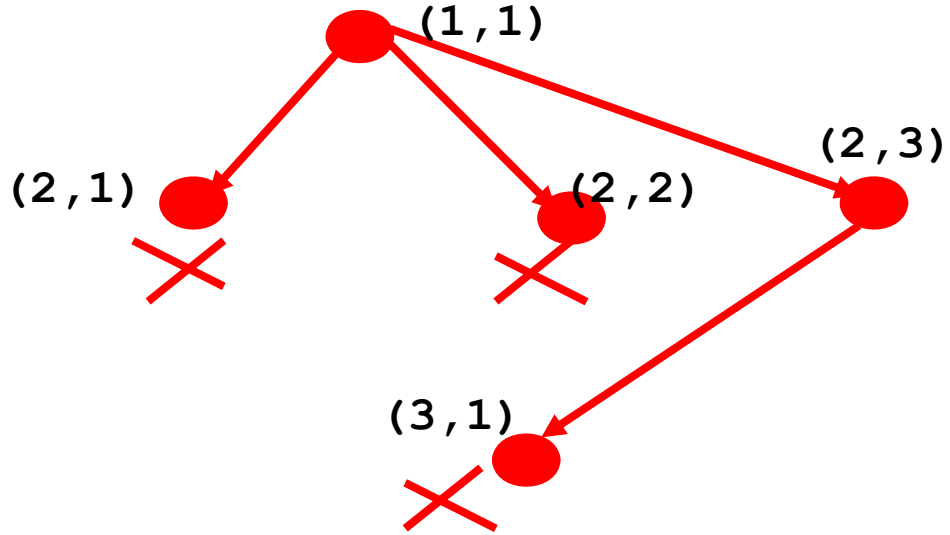
n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα



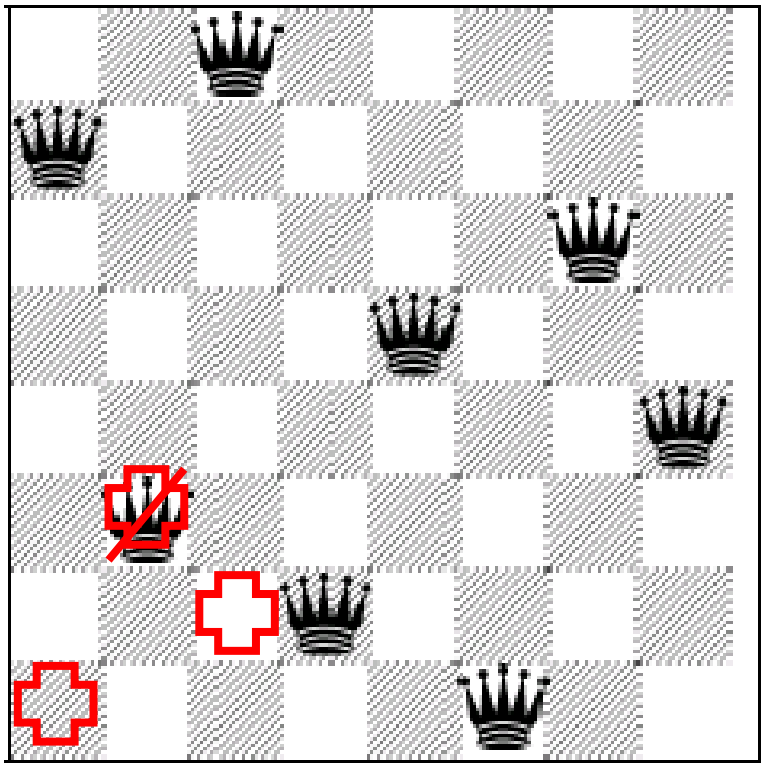
Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens



n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα

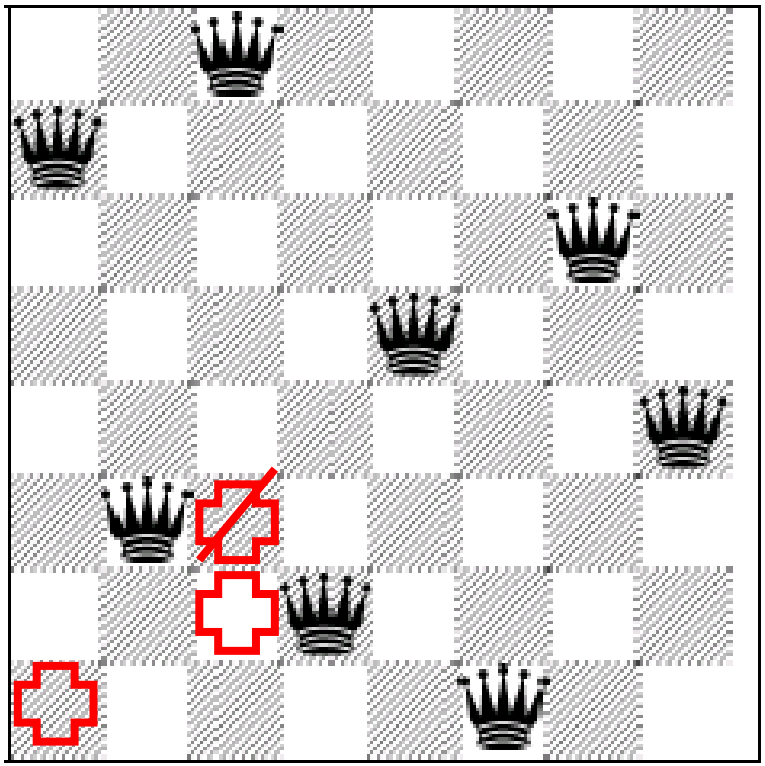


Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens



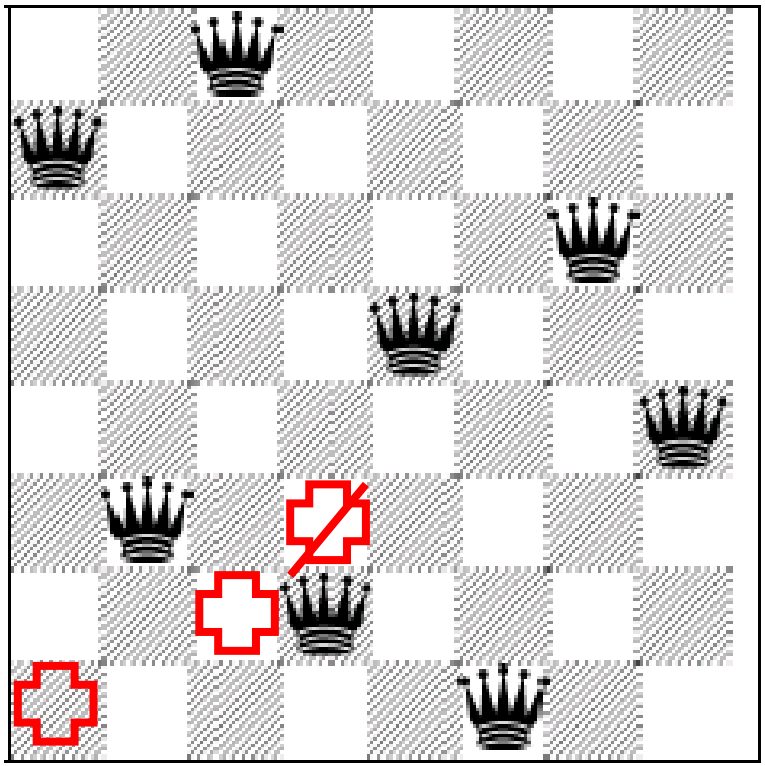
n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα

Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens



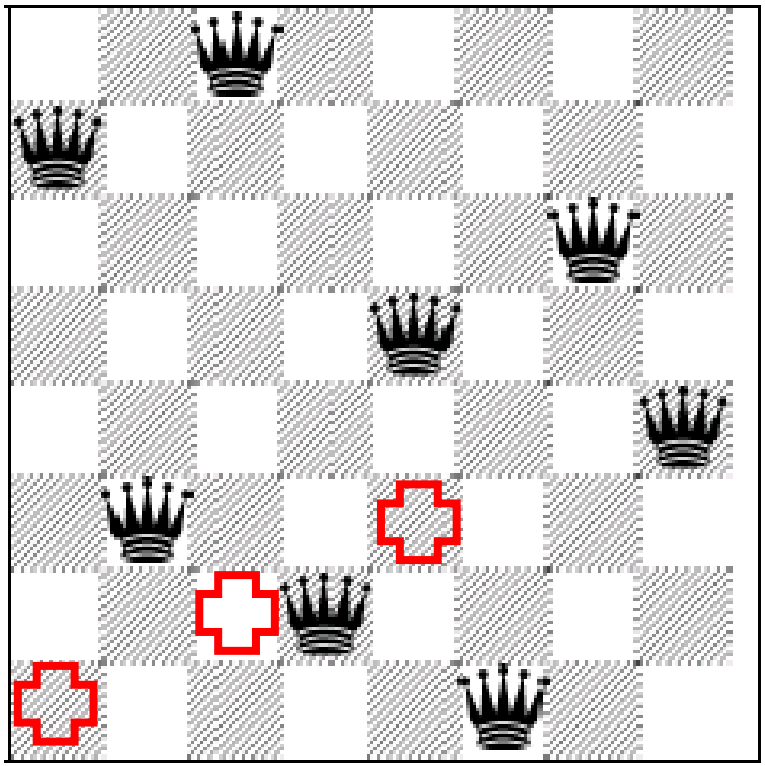
n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα

Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens



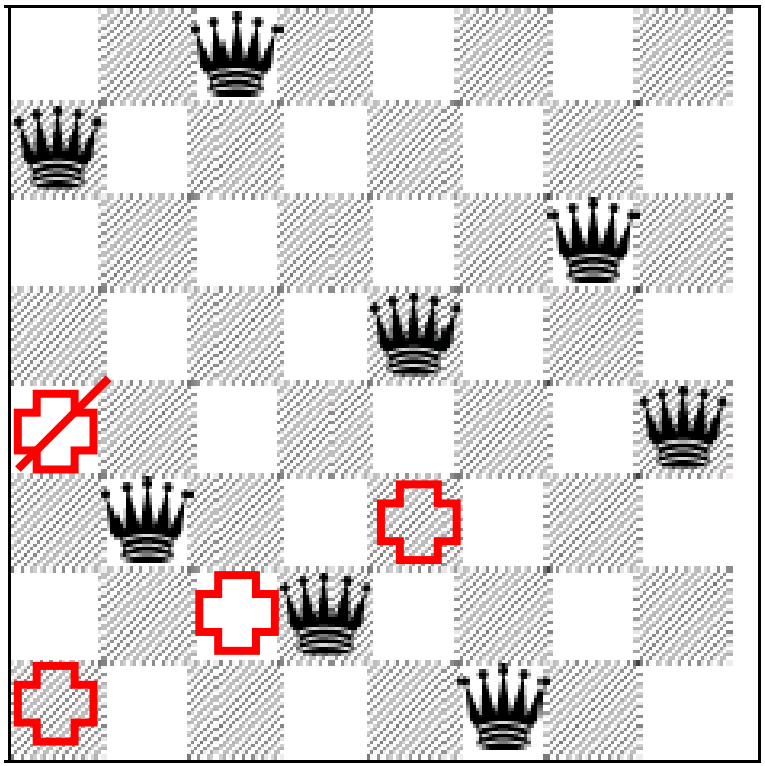
n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα

Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens

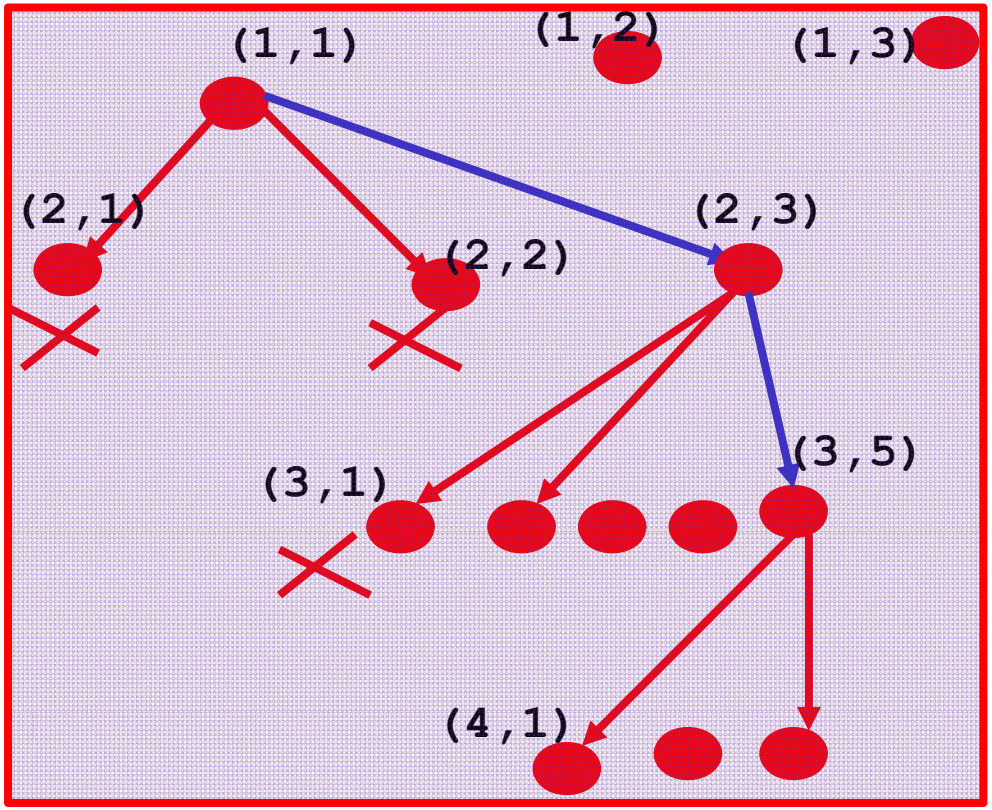


n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα

Πλήρης απαρίθμηση:
n Queens



n βασίλισσες σε n x n σκακιέρα



Πλήρης απαρίθμηση/ n Queens/αλγόριθμος

```
function conflict(i1, j1, i2, j2): boolean
```

```
conflict := (i1 = i2) OR
            (j1 = j2)OR
            (abs(i1-i2) = abs(j1-j2))
```

Πλήρης απαρίθμηση/ n Queens/αλγόριθμος

Βασίλισσα i στη θέση (i, j)
Βασίλισσα k στη θέση (k, Pos[k]))

```
function compatible(i,j): boolean
   c := TRUE; k := 1;
   while c and (k < i) do
      c := not conflict(i, j, k, Pos[k])
      k := k+1
   endwhile
   compatible := c
```

Πλήρης απαρίθμηση/
n Queens/αλγόριθμος

```
Queens(i)
if i > NQueens then
      print solution
   else
      for j := 1 to NQueens do
          if compatible(i,j) then
              Pos[i] := j;
              Queens(i+1);
          endif
      endfor
endif
```

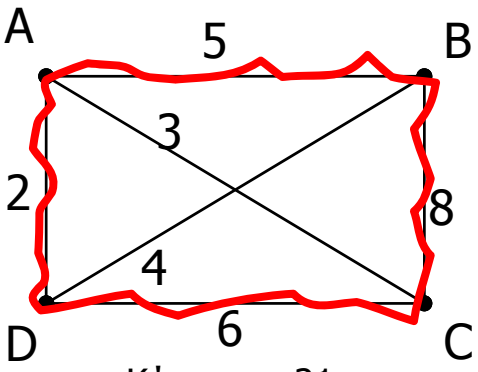
Πλήρης απαρίθμηση: n Queens

- Πολυπλοκότητα (άσκηση)
- Μοντελοποίηση με γράφο G=(V,E)
- V=?, E=?
- Μέγιστο Ανεξάρτητο σύνολο (maximum independent set problem)
- Branch and Bound (Heuristics)

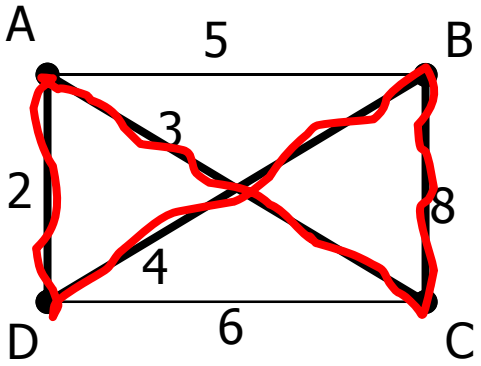
TSP/ Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή

Δίνεται ένας πλήρης γράφος G=(V, E, W) με βάρη, τάξης n. Να βρεθεί ένας κύκλος ο οποίος να περνά από όλους τους κόμβους μία και μόνο μία φορά (Hamilton cycle) και ο οποίος να έχει ελάχιστο κόστος.

Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή (TSP)

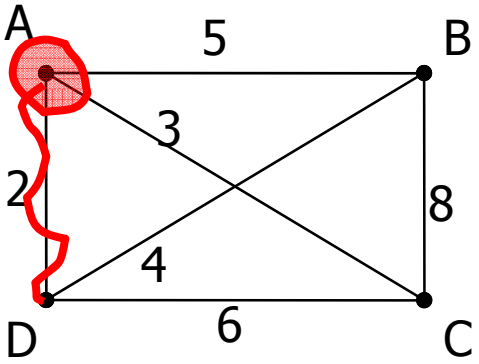


Κόστος = 21



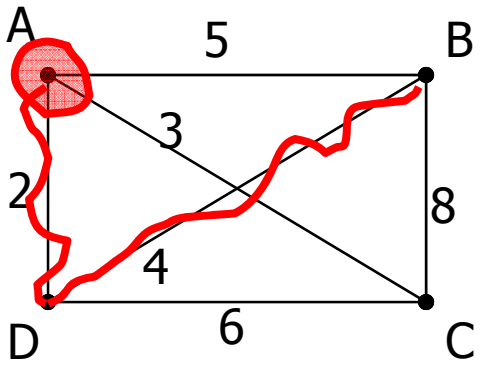
Κόστος = 17

Greedy πλησιέστερου γείτονα (nearest neighbour)



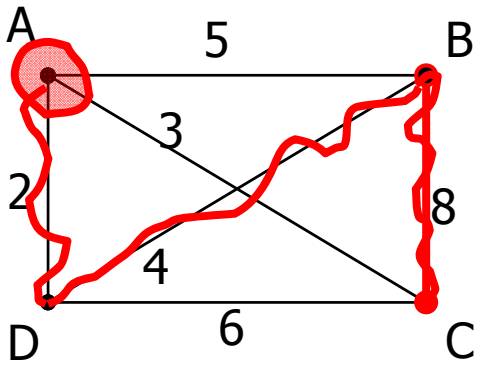
Κόστος = 2

Greedy πλησιέστερου γείτονα (nearest neighbour)



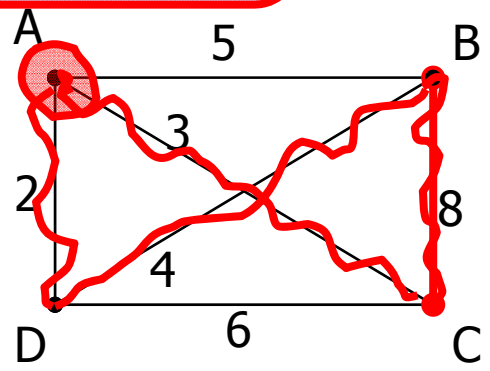
Κόστος = 6

Greedy πλησιέστερου γείτονα (nearest neighbour)



Κόστος = 14

Greedy πλησιέστερου γείτονα (nearest neighbour)



Κόστος = 17

TSP/ Πρόβλημα πλανόδιου πωλητή

Greedy: μη βέλτιστη λύση σε πολυωνυμικό χρόνο

Πλήρης απαρίθμηση: βέλτιστη λύση αλλά πολυπλοκότητα **εκθετική**

Δυναμικός προγραμματισμός: βέλτιστη λύση αλλά πολυπλοκότητα **εκθετική**

0-1 Knapsack

$$x_i \in \{1,0\}$$

$$Max \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \leq b$$

Instance:

max 10 x_1 **+ 5** x_2 **+ 8** x_3

3 x_1 **+ 2** x_2 **+ 2** x_3 $\leq$ **4**

0-1 Knapsack

Greedy: μη βέλτιστη λύση σε **πολυωνυμικό χρόνο**

Πλήρης απαρίθμηση: βέλτιστη λύση αλλά πολυπλοκότητα **εκθετική**

Δυναμικός προγραμματισμός: βέλτιστη λύση αλλά πολυπλοκότητα **ψευδοπολυωνυμική**