

Αλγόριθμοι και Πολυπλοκότητα: 1ο Σύνολο Ασκήσεων

1. Έστω $f, f_1, f_2, g, g_1, g_2, h$ θετικές συναρτήσεις. Αποφασίστε αν οι παρακάτω προτάσεις είναι αληθείς ή ψευδείς. Δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.

1. Αν $f(n) = o(g(n))$ τότε $f(n) = O(g(n))$
2. Αν $f(n) = O(g(n))$ και $f(n) = \Omega(h(n))$ τότε $g(n) = \Theta(h(n))$
3. Αν $f_1(n) = O(g_1(n))$ και $f_2(n) = O(g_2(n))$ τότε
 - i. $f_1(n) + f_2(n) = O(\max\{g_1(n), g_2(n)\})$
 - ii. $f_1(n) \cdot f_2(n) = O(g_1(n) \cdot g_2(n))$.
4. $4n^2 + 5n - 9 = \Omega(10n^2)$.
5. $\log(n!) = \Theta(n \log n)$.
6. $f(n) + g(n) = \Theta(\min(g(n), f(n)))$
7. $n + 2\sqrt{n} \neq \Omega(n\sqrt{n})$
8. Αν $f(n) = o(g(n))$ τότε $2^{f(n)} = o(2^{g(n)})$
9. Αν $f(n) = O(g(n))$ τότε $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$
10. $\omega(g(n)) \cap o(g(n)) = \emptyset$

2. Δίνονται οι παρακάτω συναρτήσεις. Χωρίστε τη λίστα των συναρτήσεων σε κλάσεις, τέτοιες ώστε οι $f(n)$ και $g(n)$ να ανήκουν στην ίδια κλάση αν και μόνο αν $f(n) = \Theta(g(n))$. Στη συνέχεια επιλέξτε έναν εκπρόσωπο από κάθε κλάση και κατατάξτε τους κατά αύξουσα σειρά πολυπλοκότητας.

$\binom{n}{2}$	$n \log n$	$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$	$8n^2$	$\log \sqrt{\log n}$
$n!$	$\log \log n$	$n^{\log n}$	$\log n!$	$4^{\log n}$
$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$	$2^{\log^2 n}$	10^{100}	2^n	$\log n$
$(\sqrt{2})^{\log n}$	$(n-1)!$	$\log n^n$	5^{800}	$5\sqrt{n}$

3. Για κάθε ζεύγος εκφράσεων (A, B) του παρακάτω πίνακα αποφασίστε αν το A είναι O, o, Ω, ω ή Θ του B . Υποθέστε ότι οι $k \geq 1, \epsilon > 0$ και $c > 1$ είναι σταθερές. Απαντήστε σημειώνοντας ένα 'ναι' ή ένα 'όχι' σε κάθε θέση του πίνακα.

	A	B	O	o	Ω	ω	Θ
a.	$\log^k n$	n^ϵ					
b.	n^k	c^n					
c.	2^n	$2^{n/2}$					
d.	$n^{\log c}$	$c^{\log n}$					
στ.	$n!$	n^n					

4. Ποιά είναι η πολυπλοκότητα των ακόλουθων αλγορίθμων;

Αλγόριθμος 1

```

1:  $sum = 0$ 
2: for  $i = 1$  to  $4n$  do
3:   for  $j = 1$  to  $2n^2$  with step 2 do
4:     for  $k = n$  to  $\frac{n}{2}$  with step -1 do
5:        $sum = sum + 1$ 
6:     end for
7:   end for
8: end for

```

Αλγόριθμος 2

```

1:  $sum = 0$ 
2: for  $i = 1$  to  $n - 1$  do
3:   for  $j = 1$  to  $n * i$  do
4:     for  $k = 1$  to  $j$  do
5:        $sum = sum + 1$ 
6:     end for
7:   end for
8: end for

```

5. Να υπολογίσετε τον χρόνο εκτέλεσης μέσης περίπτωσης του αλγορίθμου Σειριακής Αναζήτησης δεδομένου ότι γνωρίζουμε πως το στοιχείο που ψάχνουμε x βρίσκεται στην τελευταία θέση με πιθανότητα $1/2$, στην προτελευταία θέση με πιθανότητα $1/4$, ενώ η πιθανότητα να βρίσκεται σε οποιαδήποτε από τις υπόλοιπες $n - 2$ θέσεις είναι ίση με $\frac{1}{4(n-2)}$.