

Βασική Εφικτή Λύση



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΕΠΕΑΕΚ



ΕΥΡΩΠΑΪΚΗ ΕΝΩΣΗ
ΣΥΓΧΡΗΜΑΤΟΔΟΤΗΣΗ
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ



Η ΠΑΙΔΕΙΑ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ
Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Εκπαίδευσης και Αρχικής
Επαγγελματικής Κατάρτισης

Γενική Μορφή Γραμμικού Προγραμματισμού n μεταβλητών και m περιορισμών

Έστω πραγματικοί αριθμοί $a_{ij}, b_j, c_i \in \mathbb{R}$ με $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$

Γενική Μορφή Γραμμικού Προγραμματισμού n μεταβλητών και m περιορισμών

Έστω πραγματικοί αριθμοί $a_{ij}, b_j, c_i \in \mathbb{R}$ με $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$

m περιορισμοί του προβλήματος και n περιορισμοί μη αρνητικότητας

$$a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

ή

$$a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

Γενική Μορφή Γραμμικού Προγραμματισμού n μεταβλητών και m περιορισμών

Έστω πραγματικοί αριθμοί $a_{ij}, b_j, c_i \in \mathbb{R}$ με $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$

m περιορισμοί του προβλήματος και n περιορισμοί μη αρνητικότητας

$$a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

ή

$$a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_i \geq 0, i = 1, \dots, n$$

Μεγιστοποίηση της συνάρτησης :

$$z = \max \sum_{i=1}^n x_i c_i$$

- Εάν οι περιορισμός της μορφής " \geq " μπορεί να μετατραπεί στην γενική μορφή αντιστρέφοντας τους συντελεστές
π.χ. $2x_1 + 3x_2 \geq 10 \Leftrightarrow -2x_1 - 3x_2 \leq -10$

- Εάν οι περιορισμός της μορφής " \geq " μπορεί να μετατραπεί στην γενική μορφή αντιστρέφοντας τους συντελεστές
π.χ. $2x_1 + 3x_2 \geq 10 \Leftrightarrow -2x_1 - 3x_2 \leq -10$
- Εάν η αντικειμενική συνάρτηση είναι ελαχιστοποίησης αντιστρέφουμε πάλι τους συντελεστές
π.χ. $\min(x_1 + 2x_2) \Leftrightarrow \max(-x_1 - 2x_2)$
(Προσοχή πρέπει μετά να αντιστρέψουμε την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης!)

- Εάν οι περιορισμός της μορφής " \geq " μπορεί να μετατραπεί στην γενική μορφή αντιστρέφοντας τους συντελεστές
π.χ. $2x_1 + 3x_2 \geq 10 \Leftrightarrow -2x_1 - 3x_2 \leq -10$
- Εάν η αντικειμενική συνάρτηση είναι ελαχιστοποίησης αντιστρέφουμε πάλι τους συντελεστές
π.χ. $\min(x_1 + 2x_2) \Leftrightarrow \max(-x_1 - 2x_2)$
(Προσοχή πρέπει μετά να αντιστρέψουμε την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης!)
- Εάν έχουμε αντί για περιορισμούς μη αρνητικότητας έχουμε $x_i \leq a$ ($x_i \geq a$) αντικαθιστούμε την μεταβλητή με την $x'_i = x_i - a$ ($x'_i = a - x_i$) ώστε να τηρείται η μη αρνητικότητα για τη μεταβλητή x'_i

$$\text{Θέτουμε } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, c = \begin{bmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$$
$$A_i = \begin{bmatrix} a_{1i} \\ \vdots \\ a_{mi} \end{bmatrix}, 1 \leq i \leq n \text{ και } b = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

Αντιστοιχία με πίνακες :

	Αναλυτική Μορφή	Μορφή Πινάκων
Αντικειμενική Συνάρτηση	$\max z = \sum_{i=1}^n c_i x_i$	$\max z = c^t x$
Περιορισμοί	$a_{j1} + \dots + a_{jn} = b_j$ $1 \leq j \leq m$	$A_1 x^t + \dots + A_n x^t = b$
Μη αρνητικότητα	$x_i \geq 0$ $1 \leq i \leq n$	$x \geq 0$

Μπορούμε να μετατρέψουμε τους περιορισμούς της μορφής " $=$ " σε " \geq " και αντίστροφα!

Μπορούμε να μετατρέψουμε τους περιορισμούς της μορφής "=" σε " \geq " και αντίστροφα!

- Αντικαθιστούμε την ισότητα με δύο ανισότητες
π.χ $2x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2x_1 + x_2 \geq 3$ και $2x_1 + x_2 \leq 3$

Μπορούμε να μετατρέψουμε τους περιορισμούς της μορφής "=" σε " \geq " και αντίστροφα!

- Αντικαθιστούμε την ισότητα με δύο ανισότητες
π.χ $2x_1 + x_2 = 3 \Leftrightarrow 2x_1 + x_2 \geq 3$ και $2x_1 + x_2 \leq 3$
- (Αντίστροφα) Εισάγουμε επιπλέον μεταβλητές απόκλισης
π.χ. $4x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 15 \Leftrightarrow 4x_1 + 3x_2 + x_3 - \mathbf{x}_4 = 15$

- Για κάθε περιορισμό με ανισότητα θα εισάγουμε μια μεταβλητή απόφασης

- Για κάθε περιορισμό με ανισότητα θα εισάγουμε μια μεταβλητή απόφασης
- Ο συνολικός αριθμός μεταβλητών γίνεται τώρα p όπου $n \leq p \leq m + n$ όπου n μεταβλητές απόφαση και $p - n$ μεταβλητές απόκλισης

- Για κάθε περιορισμό με ανισότητα θα εισάγουμε μια μεταβλητή απόφασης
- Ο συνολικός αριθμός μεταβλητών γίνεται τώρα p όπου $n \leq p \leq m + n$ όπου n μεταβλητές απόφαση και $p - n$ μεταβλητές απόκλισης
- Στην περίπτωση της Μορφής Πινάκων αλλάζουμε τα διανύσματα :

- Για κάθε περιορισμό με ανισότητα θα εισάγουμε μια μεταβλητή απόφασης
- Ο συνολικός αριθμός μεταβλητών γίνεται τώρα p όπου $n \leq p \leq m + n$ όπου n μεταβλητές απόφαση και $p - n$ μεταβλητές απόκλισης
- Στην περίπτωση της Μορφής Πινάκων αλλάζουμε τα διανύσματα :
 - $x' = [x_1 \quad \dots \quad x_n \quad x'_{n+1} \quad \dots \quad x'_p]^t$
 - $c' = [c_1 \quad \dots \quad c_n \quad 0 \quad \dots \quad 0]^t$
 - $A' = [A_1 \quad \dots \quad A_n \quad A'_{n+1} \quad \dots \quad A'_p]$

Τάξη Πίνακα

Η τάξη(rank) του πίνακα συντελεστών A ισούται με τον αριθμό των ανεξάρτητων ~~εξισώσεων~~ που τον παράγουν

Τάξη Πίνακα

Η τάξη(rank) του πίνακα συντελεστών A ισούται με τον αριθμό των ανεξάρτητων ~~εξισώσεων~~ που τον παράγουν

Εφικτή λύση

Το σύστημα $Ax = b$ έχει εφικτή λύση αν η τάξη του A είναι μικρότερη από τον αριθμό των μεταβλητών

Τάξη Πίνακα

Η τάξη(rank) του πίνακα συντελεστών A ισούται με τον αριθμό των ανεξάρτητων ~~εξισώσεων~~ που τον παράγουν

Εφικτή λύση

Το σύστημα $Ax = b$ έχει εφικτή λύση αν η τάξη του A είναι μικρότερη από τον αριθμό των μεταβλητών

Υποθέτοντας πώς η τάξη του A ισούται με m ισχύει πώς $p \geq m$

Βάση

Βάση ενός προβλήματος Γραμμικού προγραμματισμού θα θεωρούμε ένα σύνολο m μεταβλητών όπου m ο αριθμός των περιορισμών. Τις υπόλοιπες μεταβλητές θα ονομάζονται εκτός βάσης

$$B = \{x_{l_1}, \dots, x_{l_m}\} \quad EB = \{x_{l_{m+1}}, \dots, x_{l_p}\}$$

Βάση

Βάση ενός προβλήματος Γραμμικού προγραμματισμού θα θεωρούμε ένα σύνολο m μεταβλητών όπου m ο αριθμός των περιορισμών. Τις υπόλοιπες μεταβλητές θα ονομάζονται εκτός βάσης

$$B = \{x_{i_1}, \dots, x_{i_m}\} \quad EB = \{x_{i_{m+1}}, \dots, x_{i_p}\}$$

Ένα σύστημα μπορεί να γραφτεί υπό την μορφή

$$\begin{aligned}x_{i_1} &= b'_1 + a'_{11}x_{i_{m+1}} + \dots + a'_{1p-m}x_{i_p} \\ &\vdots \\ x_{i_m} &= b'_m + a'_{m1}x_{i_{m+1}} + \dots + a'_{mp-m}x_{i_p}\end{aligned}$$

Βασική Λύση

Μια βασική λύση ενός προβλήματος είναι λύση του συστήματος $Ax = b$ που όλες οι μεταβλητές Εκτός Βάσης είναι μηδενικές (σύμφωνα με την εκάστοτε βάση)

Βασική Λύση

Μια βασική λύση ενός προβλήματος είναι λύση του συστήματος $Ax = b$ που όλες οι μεταβλητές Εκτός Βάσης είναι μηδενικές (σύμφωνα με την εκάστοτε βάση)

$$x_{i_k}^* = b'_k \text{ για } 1 \leq k \leq m$$

$$x_{i_k}^* = 0 \text{ για } m + 1 \leq k \leq p$$

Βασική Λύση

Μια βασική λύση ενός προβλήματος είναι λύση του συστήματος $Ax = b$ που όλες οι μεταβλητές Εκτός Βάσης είναι μηδενικές (σύμφωνα με την εκάστοτε βάση)

$$x_{i_k}^* = b'_k \text{ για } 1 \leq k \leq m$$

$$x_{i_k}^* = 0 \text{ για } m + 1 \leq k \leq p$$

Βασική Εφικτή Λύση

Μια βασική εφικτή λύση είναι μια βασική λύση όπου όλες οι μεταβλητές εντός βάσης είναι μη αρνητικές

- Ο αλγόριθμος Simplex ξεκινά από μια αρχική Βασική Εφικτή λύση

- Ο αλγόριθμος Simplex ξεκινά από μια αρχική Βασική Εφικτή λύση
- Σε κάθε βήμα του μεταβαίνει από μια Βασική Εφικτή Λύση σε μια άλλη

- Ο αλγόριθμος Simplex ξεκινά από μια αρχική Βασική Εφικτή λύση
- Σε κάθε βήμα του μεταβαίνει από μια Βασική Εφικτή Λύση σε μια άλλη
- Αν ο Χώρος των Εφικτών λύσεων είναι φραγμένος (στη κατεύθυνση της αντικειμενικής συνάρτησης) θα καταλήξει σε βέλτιστη Βασική Εφικτή Λύση

- Ο αλγόριθμος Simplex ξεκινά από μια αρχική Βασική Εφικτή λύση
- Σε κάθε βήμα του μεταβαίνει από μια Βασική Εφικτή Λύση σε μια άλλη
- Αν ο Χώρος των Εφικτών λύσεων είναι φραγμένος (στη κατεύθυνση της αντικειμενικής συνάρτησης) θα καταλήξει σε βέλτιστη Βασική Εφικτή Λύση
- Ακόμη και αν ο Χώρος των Εφικτών Λύσεων είναι φραγμένος υπάρχει πάλι ο κίνδυνος απείρων επαναλήψεων (κυκλισμός)

$$\begin{array}{rclclcl} \max z = & 8x_1 & + & 6x_2 & & \\ s. f. & 5x_1 & + & 3x_2 & \leq & 30 \\ & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 24 \\ & x_1 & + & 3x_2 & \leq & 18 \\ & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclclcl} \max z = & 8x_1 & + & 6x_2 & & \\ \text{s.t.} & 5x_1 & + & 3x_2 & \leq & 30 \\ & 2x_1 & + & 3x_2 & \leq & 24 \\ & x_1 & + & 3x_2 & \leq & 18 \\ & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}$$

Προσθήκη μεταβλητών απόκλισης (x_3, x_4, x_5) για κάθε ανισότητα

$$\begin{aligned} \max z &= 8x_1 + 6x_2 \\ \text{s.t.} \quad &5x_1 + 3x_2 + x_3 = 30 \\ &2x_1 + 3x_2 + x_4 = 24 \\ &x_1 + 3x_2 + x_5 = 18 \\ &x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{aligned}$$

Πρώτη Βασική Εφικτή Λύση Πρώτο λεξικό : Λ_1

Πρώτη Βασική Εφικτή Λύση Πρώτο λεξικό : Λ_1

- Βάση :

$$B_1 = \{3, 4, 5\}$$

Πρώτη Βασική Εφικτή Λύση Πρώτο λεξικό : Λ_1

- Βάση :

$$B_1 = \{3, 4, 5\}$$

- Εκτός Βάσης :

$$EB_1 = \{1, 2\}$$

Πρώτη Βασική Εφικτή Λύση Πρώτο λεξικό : Λ_1

- Βάση :
 $B_1 = \{3, 4, 5\}$
- Εκτός Βάσης :
 $EB_1 = \{1, 2\}$
- Βασική Εφικτή Λύση :
 $BE\Lambda_1 = \{0, 0, 30, 24, 18\}$

$$\begin{array}{rcccccc} x_3 & = & -5x_1 & - & 3x_2 & + & 30 \\ x_4 & = & -2x_1 & - & 3x_2 & + & 24 \\ x_5 & = & -x_1 & - & 3x_2 & + & 18 \\ z & = & 4x_1 & + & 3x_2 & + & 0 \end{array}$$

Και οι δύο μεταβλητές έχουν θετική συνεισφορά στην αντικειμενική συνάρτηση. Επιλέγουμε τυχαία ποια θα εισάγουμε στη βάση

Και οι δύο μεταβλητές έχουν θετική συνεισφορά στην αντικειμενική συνάρτηση. Επιλέγουμε τυχαία ποια θα εισάγουμε στη βάση
 $x_2 \rightarrow 0^+, x_1 = 0$

Και οι δύο μεταβλητές έχουν θετική συνεισφορά στην αντικειμενική συνάρτηση. Επιλέγουμε τυχαία ποια θα εισάγουμε στη βάση

$$x_2 \rightarrow 0^+, x_1 = 0$$

$$x_3 \geq 0 \Leftrightarrow 30 - 5x_1 - 3x_2 \geq 0 \Leftrightarrow x_2 \leq 10$$

$$x_4 \geq 0 \Leftrightarrow 24 - 2x_1 - 3x_2 \geq 0 \Leftrightarrow x_2 \leq 8$$

$$x_5 \geq 0 \Leftrightarrow 18 - x_1 - 3x_2 \geq 0 \Leftrightarrow x_2 \leq 6$$

Και οι δύο μεταβλητές έχουν θετική συνεισφορά στην αντικειμενική συνάρτηση. Επιλέγουμε τυχαία ποια θα εισάγουμε στη βάση

$$x_2 \rightarrow 0^+, x_1 = 0$$

$$x_3 \geq 0 \Leftrightarrow 30 - 5x_1 - 3x_2 \geq 0 \Leftrightarrow x_2 \leq 10$$

$$x_4 \geq 0 \Leftrightarrow 24 - 2x_1 - 3x_2 \geq 0 \Leftrightarrow x_2 \leq 8$$

$$x_5 \geq 0 \Leftrightarrow 18 - x_1 - 3x_2 \geq 0 \Leftrightarrow x_2 \leq 6$$

Τον πιο αυστηρό περιορισμό επιβάλλει η μεταβλητή x_5 :

$$\Rightarrow x_2 = 6, x_5 = 0$$

Και οι δύο μεταβλητές έχουν θετική συνεισφορά στην αντικειμενική συνάρτηση. Επιλέγουμε τυχαία ποια θα εισάγουμε στη βάση

$$x_2 \rightarrow 0^+, x_1 = 0$$

$$x_3 \geq 0 \Leftrightarrow 30 - 5x_1 - 3x_2 \geq 0 \Leftrightarrow x_2 \leq 10$$

$$x_4 \geq 0 \Leftrightarrow 24 - 2x_1 - 3x_2 \geq 0 \Leftrightarrow x_2 \leq 8$$

$$x_5 \geq 0 \Leftrightarrow 18 - x_1 - 3x_2 \geq 0 \Leftrightarrow x_2 \leq 6$$

Τον πιο αυστηρό περιορισμό επιβάλλει η μεταβλητή x_5 :

$$\Rightarrow x_2 = 6, x_5 = 0$$

Δημιουργία νέου λεξικού

Δεύτερο λεξικό : Λ_2

Δεύτερο λεξικό : Λ_2

- Βάση :

$$B_2 = \{2, 3, 4\}$$

Δεύτερο λεξικό : Λ_2

- Βάση :
 $B_2 = \{2, 3, 4\}$
- Εκτός Βάσης :
 $EB_2 = \{1, 5\}$

Δεύτερο λεξικό : Λ_2

- Βάση :
 $B_2 = \{2, 3, 4\}$
- Εκτός Βάσης :
 $EB_2 = \{1, 5\}$
- Βασική Εφικτή Λύση :
 $BE\Lambda_2 = \{0, 6, 12, 6, 0\}$

$$\begin{array}{rcccccc} x_2 & = & -\frac{1}{3}x_1 & - & \frac{1}{3}x_5 & + & 6 \\ x_3 & = & -4x_1 & + & x_5 & + & 12 \\ x_4 & = & -x_1 & + & x_5 & + & 6 \\ z & = & 3x_1 & - & x_5 & + & 18 \end{array}$$

Μόνο η μεταβλητή x_1 έχει θετική συνεισφορά

Μόνο η μεταβλητή x_1 έχει θετική συνεισφορά
 $x_1 \rightarrow 0^+, x_5 = 0$

Μόνο η μεταβλητή x_1 έχει θετική συνεισφορά
 $x_1 \rightarrow 0^+, x_5 = 0$

$$x_2 \geq 0 \Leftrightarrow 6 - \frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_5 \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \leq 18$$

$$x_3 \geq 0 \Leftrightarrow 12 - 4x_1 + x_5 \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \leq 3$$

$$x_4 \geq 0 \Leftrightarrow 6 - x_1 + x_5 \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \leq 6$$

Μόνο η μεταβλητή x_1 έχει θετική συνεισφορά
 $x_1 \rightarrow 0^+, x_5 = 0$

$$x_2 \geq 0 \Leftrightarrow 6 - \frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_5 \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \leq 18$$

$$x_3 \geq 0 \Leftrightarrow 12 - 4x_1 + x_5 \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \leq 3$$

$$x_4 \geq 0 \Leftrightarrow 6 - x_1 + x_5 \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \leq 6$$

Τον πιο αυστηρό περιορισμό επιβάλλει η μεταβλητή x_3 :
 $\Rightarrow x_1 = 3, x_3 = 0$

Μόνο η μεταβλητή x_1 έχει θετική συνεισφορά
 $x_1 \rightarrow 0^+, x_5 = 0$

$$x_2 \geq 0 \Leftrightarrow 6 - \frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_5 \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \leq 18$$

$$x_3 \geq 0 \Leftrightarrow 12 - 4x_1 + x_5 \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \leq 3$$

$$x_4 \geq 0 \Leftrightarrow 6 - x_1 + x_5 \geq 0 \Leftrightarrow x_1 \leq 6$$

Τον πιο αυστηρό περιορισμό επιβάλλει η μεταβλητή x_3 :
 $\Rightarrow x_1 = 3, x_3 = 0$

Δημιουργία νέου λεξικού

Τρίτο λεξικό : Λ_3

Τρίτο λεξικό : Λ_3

- Βάση :

$$B_3 = \{1, 2, 4\}$$

Τρίτο λεξικό : Λ_3

- Βάση :

$$B_3 = \{1, 2, 4\}$$

- Εκτός Βάσης :

$$EB_3 = \{3, 5\}$$

Τρίτο λεξικό : Λ_3

- Βάση :

$$B_3 = \{1, 2, 4\}$$

- Εκτός Βάσης :

$$EB_3 = \{3, 5\}$$

- Βασική Εφικτή Λύση :

$$BE\Lambda_3 = \{3, 5, 0, 3, 0\}$$

$$\begin{array}{rclclclcl} x_1 & = & -\frac{1}{4}x_3 & - & \frac{1}{4}x_5 & + & 3 \\ x_2 & = & \frac{1}{12}x_3 & - & \frac{5}{12}x_5 & + & 5 \\ x_4 & = & \frac{1}{4}x_3 & + & \frac{3}{4}x_5 & + & 3 \\ z & = & -\frac{3}{4}x_3 & - & \frac{1}{4}x_5 & + & 27 \end{array}$$

Όλες οι μεταβλητές έχουν αρνητική συνεισφορά \Rightarrow Βέλτιστη Λύση!!!

Όλες οι μεταβλητές έχουν αρνητική συνεισφορά \Rightarrow Βέλτιστη Λύση!!!

Τελική Λύση : $X = (x_1, x_2) = (3, 5)$

3 Συμβόλαια Τύπου 1

5 Συμβόλαια Τύπου 2

Συνολικό κέρδος 54000 Ευρώ

30 μηχανικοί

18 ώρες λειτουργίας

21 τεχνικοί

Όλες οι μεταβλητές έχουν αρνητική συνεισφορά \Rightarrow Βέλτιστη Λύση!!!

Τελική Λύση : $X = (x_1, x_2) = (3, 5)$

3 Συμβόλαια Τύπου 1

30 μηχανικοί

5 Συμβόλαια Τύπου 2

18 ώρες λειτουργίας

Συνολικό κέρδος 54000 Ευρώ

21 τεχνικοί

x_1, x_2 ακέραιες τιμές

Όλες οι μεταβλητές έχουν αρνητική συνεισφορά \Rightarrow Βέλτιστη Λύση!!!

Τελική Λύση : $X = (x_1, x_2) = (3, 5)$

3 Συμβόλαια Τύπου 1

5 Συμβόλαια Τύπου 2

Συνολικό κέρδος 54000 Ευρώ

30 μηχανικοί

18 ώρες λειτουργίας

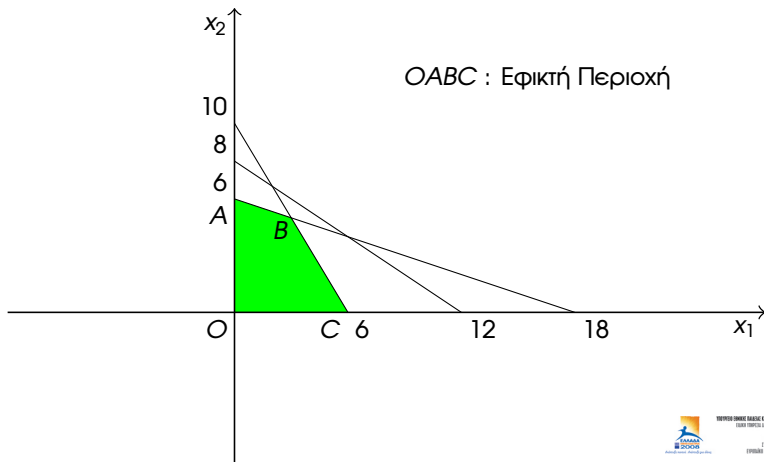
21 τεχνικοί

x_1, x_2 ακέραιες τιμές

ΕΥΤΥΧΗΣ ΣΥΜΠΤΩΣΗ!

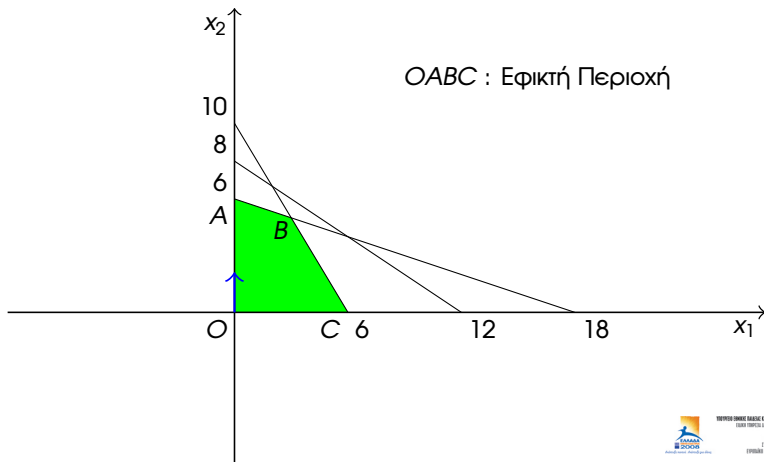
Simplex : Ένας περίπατος στις ακμές του πολυτόπου !

Λεξικό Λ_1 : $B = \{3, 4, 5\}$, $EB = \{1, 2\}$



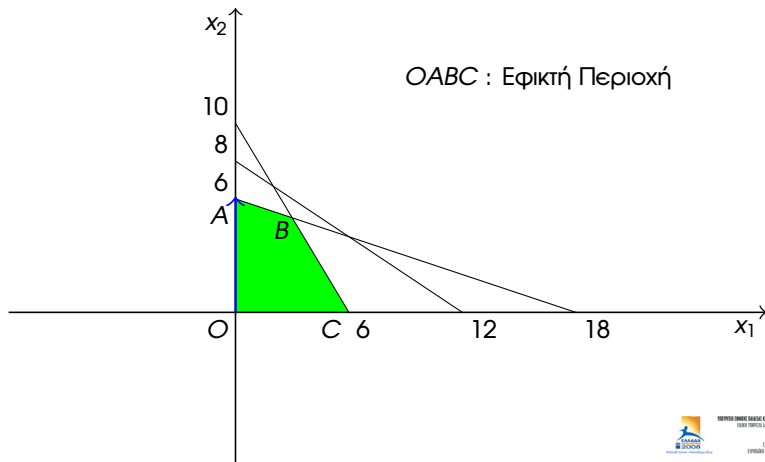
Simplex : Ένας περίπατος στις ακμές του πολυτόπου !

Εύρεση κατεύθυνσης για βελτίωση της αντικειμενική συνάρτησης



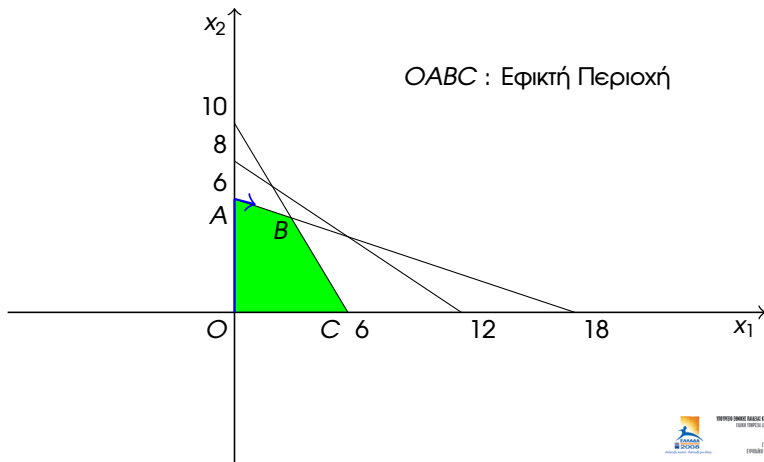
Simplex : Ένας περίπατος στις ακμές του πολυτόπου !

Λεξικό Λ_2 : $B = \{2, 3, 4\}$, $EB = \{1, 5\}$



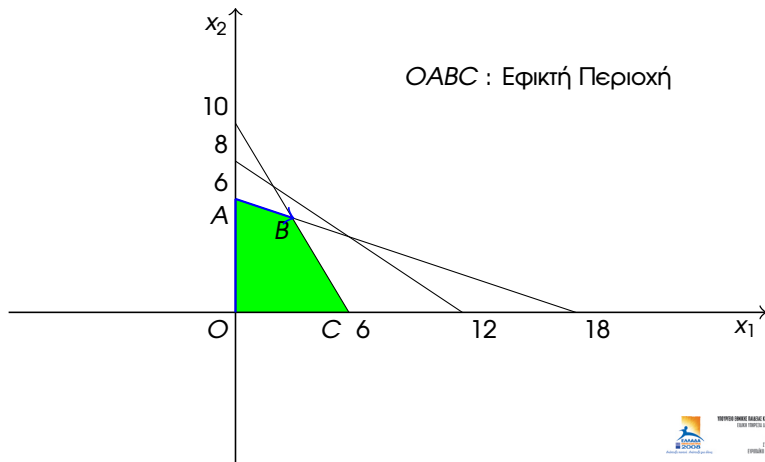
Simplex : Ένας περίπατος στις ακμές του πολυτόπου !

Εύρεση κατεύθυνσης για βελτίωση της αντικειμενική συνάρτησης



Simplex : Ένας περίπατος στις ακμές του πολυτόπου !

Λεξικό Λ_2 : $B = \{1, 2, 4\}$, $EB = \{3, 5\}$



Simplex : Ένας περίπατος στις ακμές του πολυτόπου !

Καμία κατεύθυνση δεν βελτιστοποιεί την αντικειμενική συνάρτηση!

