Αλγοριθμική Επιχειρησιακή Έρευνα

Χειμερινό Εξάμηνο 2011-2012

Εργασία 2

1. Θεωρήστε το πρόβλημα μεταφοράς με m αφετηρίες και n προορισμούς. Η διαθέσιμη ποσότητα αγαθών στην αφετηρία i είναι $d_i, \forall i$. Η αιτούμενη ποσότητα στο προορισμό j είναι $b_j, \forall j$. Τα μοναδιαία κόστη μεταφοράς δίδονται από τον πίνακα $c = (c_{i,j}), 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$.

   Έστω το στιγμιότυπο με $m = 3$ και $n = 5$, $d_1 = 11, d_2 = 12, d_3 = 7$ και $b_1 = 6, b_2 = 6, b_3 = 3, b_4 = 2, b_5 = 13$. Ο πίνακας c έχει ως εξής:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 2 & 6 & 3 \\ 4 & 3 & 4 & 8 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 12 & 10 \end{array}$$

   (α΄) Βρείτε μια βέλτιστη λύση $S^*(x)$ του στιγμιοτύπου.

   (β΄) Βρείτε μια εφικτή λύση $S^{BD}(x)$ του στιγμιοτύπου με τη μέθοδο της ΒΔ γωνίας.

   (γ΄) Βρείτε μια εφικτή λύση $S^{VG}(x)$ του στιγμιοτύπου με τον αλγόριθμο Vogel.

   (δ΄) Βρείτε το σχετικό λάθος ϵ_r των 2 αλγορίθμων.

2. Θεωρήστε ένα νέο στιγμιότυπο του προβλήματος μεταφοράς με $m = 3$, $n = 5$, διαθέσιμες και αιτούμενες ποσότητες αγαθών όπως στο 1 και πίνακα c να έχει ως εξής (όπου $\alpha \geq 0$ είναι μια σταθερά):

$$\begin{array}{ccccc} 1+\alpha & 1+\alpha & 2+\alpha & 6+\alpha & 3+\alpha \\ 4 & 3 & 4 & 8 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 12 & 10 \end{array}$$

   (α΄) Η βέλτιστη λύση που βρίκατε στο 1 είναι μια εφικτή λύση για αυτό το στιγμιότυπο;

   (β΄) Είναι μια καλή λύση; Δικαιολογείστε το συμπέρασμά σας.

   (γ΄) Μπορούμε να γενικεύσουμε το συμπέρασμα; (προσπαθείστε να δώσετε μια πλήρη και αυστηρή απόδειξη)

3. Να επιλυθεί το παρακάτω στιγμιότυπο με τη μέθοδο Branch and Bound και με τις στρατηγικές διάσχισης The Best First και The Depth First (η στρατηγική Διαχώρισης θα είναι της επιλογής σας αλλά ίδια στις 2 περιπτώσεις):

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & Z = 10x_1 + 8x_2 + 13x_3 + 10x_4 + 10x_5 + 5x_6 \\ \text{subject to} & 7x_1 + 6x_2 + 10x_3 + 8x_4 + 9x_5 + 5x_6 \leq 39 \\ & x_i \in \{0, 1\}, \end{array}$$