

## Συνδυαστική Βελτιστοποίηση

Χειμερινό Εξάμηνο, 2011-2012

### Εργασία 1

Απαντήστε σε όσα περισσότερα θέματα μπορείτε.

Αναφέρετε συγκεκριμένα τις πηγές σας.

1. Να δειχθεί ότι, εάν  $T = (V, E)$  είναι ένα δέντρο και  $v$  ένα φύλλο του δέντρου, τότε υπάρχει ένα μέγιστο ανεξάρτητο σύνολο που περιέχει το  $v$ .
2. Να δοθεί ένας Greedy αλγόριθμος που βρίσκει το μέγιστο ανεξάρτητο σύνολο σε ένα δέντρο (να δειχθεί ότι ο αλγόριθμος επιστρέφει τη βέλτιστη λύση).
3. Να δειχθεί ότι ο Greedy αλγόριθμος για το Set cover που παρουσιάστηκε στη τάξη είναι ένας  $H_n - approximation$  αλγόριθμος.
4. Να δειχθεί ότι δεν υπάρχει ένας  $\alpha - approximation$  αλγόριθμος για το  $MAX\ 2SAT$  για κάποια σταθερά  $\alpha > \frac{209}{216}$  εκτός και αν  $P = NP$ .
5. Να δειχθεί ότι δεν υπάρχει ένας  $\alpha - approximation$  αλγόριθμος για το maximum independent set problem για κάποια σταθερά  $\alpha > \frac{7}{8}$  εκτός και αν  $P = NP$ .
6. Να δειχθεί αν υπάρχει ένας  $\alpha - approximation$  αλγόριθμος για το maximum independent set problem, τότε υπάρχει ένας  $\sqrt{\alpha} - approximation$  αλγόριθμος για το maximum independent set problem.
7. Να δειχθεί ότι δεν υπάρχει ένας  $\rho - approximation$  αλγόριθμος για οποιαδήποτε σταθερά  $\rho$  για το maximum independent set problem εκτός και αν  $P = NP$ .
8. Να δειχθεί ότι ο Greedy αλγόριθμος για το Steiner Tree Problem που παρουσιάστηκε στη τάξη είναι ένας  $2 - approximation$  αλγόριθμος.
9. Να δοθεί ένας Dynamic Programming αλγόριθμος που επιλύει το Sub-Set Problem. Να εξηγήσετε πως μπορούμε να ανακτήσουμε τη λύση σε γραμμική πολυπλοκότητα.
10. Να δοθεί ένας  $(2 - \frac{2}{k}) - approximation$  αλγόριθμος για το Multiway cut Problem. ( $k$  είναι το σύνολο των τερματικών).