

Μη ντετερμινιστικές Μηχανές Turing

Διαισθητικά: Μια μη ντετερμινιστική Μ.Τ. όταν βρίσκεται σε μια δεδομένη κατάσταση και διαβάζει ένα σύμβολο από την ταινία, μπορεί να έχει περισσότερες από μία δυνατές επιλογές συμπεριφοράς.

Τυπικά: Μια μη ντετερμινιστική Μ.Τ. είναι μια πεντάδα $(K, \Sigma, \Delta, s, H)$, όπου K, Σ, s, H όπως συνήθως, και Δ είναι ένα υποσύνολο του $((K - H) \times \Sigma) \times (K \times (\Sigma \cup \{\leftarrow, \rightarrow\}))$.

Η σχέση \vdash_M δεν είναι μονοσήμαντη: από μία συνολική κατάσταση μπορούν να παραχθούν πολλές διαφορετικές συνολικές καταστάσεις σε ένα βήμα.

Οι υπολογισμοί όλων των ενσαρκώσεων μιας μη ντετερμινιστικής Μ.Τ. με είσοδο w μπορούν να παρασταθούν με ένα δέντρο T_w . Οι κόμβοι αντιστοιχούν σε συνολικές καταστάσεις, τα κλαδιά στις εναλλακτικές επιλογές που μπορεί να ακολουθήσει η μηχανή σε κάποιο βήμα.

Μη ντετερμινιστικές Μηχανές Turing

Οι υπολογισμοί όλων των ενσαρκώσεων μιας μη ντετερμινιστικής Μ.Τ. με είσοδο w μπορούν να παρασταθούν με ένα δέντρο T_w . Οι κόμβοι αντιστοιχούν σε συνολικές καταστάσεις, τα κλαδιά στις εναλλακτικές επιλογές που μπορεί να ακολουθήσει η μηχανή σε κάποιο βήμα.

Η κάθε ενσάρκωση της μηχανής αντιστοιχεί σε ένα μονοπάτι στο T_w από τη ρίζα (=αρχική συνολική κατάσταση) σε ένα φύλλο (=τερματισμένη συνολική κατάσταση) του δέντρου.

Ενσαρκώσεις που δεν τερματίζουν με είσοδο w αντιστοιχούν σε μονοπάτια άπειρου μήκους στο T_w .

Υπολογισμοί με μη ντετερμινιστικές Μηχανές Turing

Έστω M μια μη ντετερμινιστική μηχανή Turing. Θα λέμε ότι:

Η M δέχεται μια συμβολοσειρά w αν όταν ξεκινήσει με την w στην ταινία της, υπάρχει μια ενσάρκωση της M που οδηγεί σε μια κατάσταση αποδοχής.

Η M ημιαποφασίζει μια γλώσσα L αν ισχύει: $w \in L$ αν και μόνο αν η M δέχεται τη w .

Η M αποφασίζει μια γλώσσα L αν: α) όλες οι ενσαρκώσεις της M τερματίζουν και β) $w \in L$ αν και μόνο αν η M δέχεται τη w .

Η M υπολογίζει μια συνάρτηση f αν για κάθε είσοδο w της M που ανήκει στο πεδίο ορισμού της f , όλοι οι δυνατοί υπολογισμοί οδηγούν στο αποτέλεσμα $f(w)$.

Ισοδυναμία με απλές Μηχανές Turing

Θεώρημα: Κάθε μη ντετερμινιστική μηχανή Turing είναι ισοδύναμη με μια ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Απόδειξη: (Σκιαγράφηση) Αρκεί να δείξουμε ότι κάθε μη ντετερμινιστική μηχανή Turing N μπορεί να προσομοιωθεί από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing D . Για δεδομένη είσοδο w η D θα πρέπει να δοκιμάσει όλα τα πιθανά μονοπάτια του T_w (ενσαρκώσεις) που μπορούν να προκύψουν από τη μη ντετερμινιστική λειτουργία της N .

Η D θα πρέπει να είναι πολύ προσεκτική στον τρόπο που διερευνά το δέντρο T_w . Κάποιες ενσαρκώσεις της N μπορεί να μην τερματίζουν ποτέ.

Η D χρησιμοποιεί breadth first search (γιατί δεν δουλεύει το depth first search;). Η D θα επισκέπτεται κάθε φορά όλους τους κόμβους που βρίσκονται στο ίδιο βάθος, μέχρι να καταφέρει να βρει μία συνολική κατάσταση αποδοχής (αν αυτή υπάρχει).

Πόρισμα του Θεωρήματος

Συμπεραίνουμε πως όλες οι γλώσσες χωρίς συμφραζόμενα είναι αναδρομικές. (Το αντίστροφο γνωρίζουμε πως δεν ισχύει.)

Απόδειξη: Οποιαδήποτε γλώσσα αναγνωρίζεται από μη ντετερμινιστικό αυτόματο στοίβας, μπορεί να αποφασιστεί από μία μη ντετερμινιστική Μ. Τ. που προσομοιώνει το αυτόματο.

Όμως από το προηγούμενο θεώρημα, οι γλώσσες που αποφασίζονται από μη ντετερμινιστικές Μ. Τ. είναι αναδρομικές.