

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ, ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ
ΠΡΩΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ, ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2008-2009
ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΗ: 3 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2009
ΠΑΡΑΔΟΣΗ: 13 ΑΠΡΙΛΙΟΥ 2009, ΩΡΑ 14:00

Η ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΚΑΙ Η ΩΡΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ ΕΙΝΑΙ ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΕΣ

Είναι χρήσιμο να συζητάτε μεταξύ σας τα προβλήματα. Το γράψιμο των απαντήσεων πρέπει να είναι αυστηρά ατομική υπόθεση.

Πρόβλημα 0 [1 μονάδα]. Δώστε μια ντετερμινιστική Μ. Τ. μιας ταινίας, με την καλύτερη πολυπλοκότητα χρόνου που μπορείτε, που να αποφασίζει τη γλώσσα $\{a^{2^j} \mid j \geq 0\}$. Περιγράψτε τη λειτουργία της μηχανής με λόγια.

Πρόβλημα 1 [1 μονάδα]. Αναλύστε την πολυπλοκότητα χρόνου του αλγορίθμου του Savitch.

Πρόβλημα 2 [1 μονάδα]. Αποδείξτε πως αν μια γλώσσα L γίνεται δεκτή από μια Μ. Τ. με k ταινίες εργασίας σε χώρο $S(n)$, γίνεται δεκτή και από μια Μ. Τ. με μία ταινία εργασίας πάλι σε χώρο $S(n)$.

Πρόβλημα 3 [1 μονάδα]. Αποδείξτε πως δεν υπάρχει κλάση πολυπλοκότητας C που να περιέχει όλες τις αναδρομικές γλώσσες. Επειδή δεν ορίζουμε ποιο είναι το μέτρο πολυπλοκότητας, μπορεί να μην είναι ούτε χρόνος, ούτε χώρος. Άρα δεν μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τα Time/Space Hierarchy θεωρήματα.

Πρόβλημα 4 [2 μονάδες]. Πρόβλημα 7.4.6 από τον Παπαδημητρίου (κλειστότητα των NP , P ως προς Kleene star).

Πρόβλημα 5 [3 μονάδες]. Θεωρείστε τη γλώσσα

$$B = \{b_k(0)b_k(1)b_k(2)\dots b_k(2^k - 1) \mid k \geq 0\} \subseteq \{0, 1, \$\}^*,$$

όπου $b_k(i)$ παριστάνει τη δυαδική αναπαράσταση του αριθμού i με ακριβώς k bits. Δείξτε ότι $B \in SPACE(\log \log n)$. Προσοχή: το φράγμα στην πολυπλοκότητα χώρου πρέπει να ισχύει και για εισόδους, οποιαδήποτε μορφής, που δεν ανήκουν στην B .