

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ, ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ
ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ 2007-2008
ΤΕΛΙΚΟ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ, ΙΟΥΝΙΟΣ 2008

Ο συνολικός αριθμός μονάδων είναι **25**. Γνωστά NP -complete προβλήματα θεωρούνται όσα κάναμε στο μάθημα και όσα περιέχονται στο paper του Karp.

Θέμα 1 [3 μονάδες]. Αληθές ή Ψευδές; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.
α) $coNL \subseteq PSPACE$. β) $NP \cap coNP \subseteq coPSPACE$. γ) $P/poly \subseteq EXP$.

Θέμα 2 [4 μονάδες]. Έστω μία γλώσσα A η οποία είναι $DSPACE(n)$ -hard. Αποδείξτε πως η A είναι και $PSPACE$ -hard.

Θέμα 3 [6 μονάδες]. Εν όψει της αντιπυρικής περιόδου τίθεται το εξής πρόβλημα. Μας δίνεται ένα σύνολο τοποθεσιών, οι μεταξύ τους ακέραιες αποστάσεις, καθώς και δύο ακέραιοι $k, d > 0$. Μπορούμε να επιλέξουμε το πολύ k από τις τοποθεσίες για πυροσβεστικούς σταθμούς, έτσι κάθε τοποθεσία να απέχει το πολύ d από τον πλησιέστερο πυροσβεστικό σταθμό;

Δείξτε ότι το πρόβλημα είναι NP -complete. Είναι strongly NP -complete;

Θέμα 4 [6 μονάδες]. Αποδείξτε πως για κάθε γλώσσα L στο NP υπάρχει randomized αλγόριθμος A πολυωνυμικού χρόνου τέτοιος ώστε: αν $x \in L$, $Pr[A(x) = \text{yes}] > 0$, και αν $x \notin L$, $Pr[A(x) = \text{no}] = 1$. Δώστε το καλύτερο κάτω φράγμα που μπορείτε για την πιθανότητα $Pr[A(x) = \text{yes}]$ όταν $x \in L$.

Θέμα 5 [6 μονάδες]. Μας δίνεται ένα πρόβλημα αποκρυπτογράφησης που βασίζεται στην ιδέα αντικατάστασης χαρακτήρων.

ΕΙΣΟΔΟΣ: αλφάβητο Σ , λεξικό $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$, $d_i \in \Sigma^*$, $1 \leq i \leq n$, και μια λίστα κωδικοποιημένων λέξεων $W = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$, $w_i \in \Sigma^*$, $1 \leq i \leq m$.

ΕΡΩΤΗΜΑ: Υπάρχει συνάρτηση $f : \Sigma \rightarrow \Sigma$ τέτοια ώστε $f(W) \subset D$;

Π.χ. αν $W = \{\text{WAKK}, \text{FHADS}, \text{POKK}\}$ και το λεξικό περιέχει όλες τις αγγλικές λέξεις, αντικαθιστώντας το W με F , K με L , F με H , H με E , P με R , A με A , O με O , παίρνουμε $f(W) = \{\text{FALL}, \text{HEADS}, \text{ROLL}\}$.

Δείξτε ότι το πρόβλημα είναι NP -complete. Είναι strongly NP -complete;