Πανεπιστημιο Αθηνων, Υπολογιστικη Πολυπλοκοτητα
Εαρινο εξαμηνο 2007-2008
Προοδος, 7 Μαιου 2008

Θέμα 1. [4 μονάδες] Θεωρείστε τη γλώσσα A που αποτελείται από όλες τις συμβολοσειρές ισοζυγισμένων παρενθέσεων. Π.χ. $(()(()))\in A$, ενώ $(()\notin A$. Αποδείξτε πως $A\in\mathcal{L}$.

Θέμα 2. [4 μονάδες] Αποδείξτε πως η γλώσσα

$$A=\{<M,w,1^n>|\ \text{η μη ντετ. Μ.Τ. } M \text{ δέχεται το } w \text{ σε χρόνο } n\}$$

είναι $\mathcal{NP}$-complete.

Η απόδειξη σας επεκτείνεται και για την

$$A_{bin}=\{<M,w,n>|\ \text{η μη ντετ. Μ.Τ. } M \text{ δέχεται το } w \text{ σε χρόνο } n\};$$

Δικαιολογείστε την απάντηση σας.

Θέμα 3. [4 μονάδες] Ένας μη κατευθυνόμενος γράφος λέγεται *διμερής* αν οι κόμβοι του μπορούν να μοιραστούν σε δύο σύνολα ώστε κάθε ακμή να ενώνει κόμβους που ανήκουν σε διαφορετικά σύνολα. Είναι γνωστό πως ένας γράφος είναι διμερής αν και μόνο αν δεν περιέχει κύκλο περιττού μήκους. Δίνεται η ακόλουθη γλώσσα

$$BIPARTITE=\{<G>|\ \text{ο } G \text{ είναι διμερής γράφος}\}.$$

Δείξτε πως η γλώσσα $BIPARTITE$ ανήκει στο $\mathcal{NL}$.

Θέμα 4. [6 μονάδες] (α) Δείξτε πως ο παρακάτω ορισμός του $\mathcal{P}/\text{poly}$ είναι ισοδύναμος με αυτόν που δώσαμε στο μάθημα, δηλ. τον ορισμό μέσω κυκλωμάτων.

> Ορισμός $\mathcal{P}$/poly. $L\in\mathcal{P}/\text{poly}$ αν υπάρχει Μ. Τ. M πολυωνυμικού χρόνου, πολυώνυμο $p()$ και συνάρτηση $h:\mathbb{N}\to\Sigma^*$, όπου $|h(n)|\le p(n)$, έτσι ώστε για όλες τις συμβολοσειρές x
>
> $$x\in L\Leftrightarrow <x,h(|x|)>\ \text{γίνεται δεκτή από την } M.$$

(β) Μια δυαδική σχέση R λέγεται *αναδρομική* αν η γλώσσα $\{<x,y>|\ R(x,y)\}$ είναι αναδρομική.

Δείξτε πως μια γλώσσα $A\subseteq\{0,1\}^*$ είναι αναδρομικα απαριθμήσιμη (r.e.) αν και μόνο αν υπάρχει αναδρομική δυαδική σχέση R τέτοια ώστε

$$A=\{x\in\{0,1\}^*\mid \exists y\in\{0,1\}^*\ \ R(x,y)\}.$$